

Ingénierie du couplage spin-orbite pour l'étude d'états liés de Majorana dans les systèmes bidimensionnels

par

Sara Turcotte

Mémoire présenté au département de physique
en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ des SCIENCES
UNIVERSITÉ de SHERBROOKE

Sherbrooke, Québec, Canada, 17 janvier 2020

Le 17 janvier 2020

le jury a accepté le mémoire de Sara Turcotte dans sa version finale.

Membres du jury

Professeur Michel Pioro-Ladrière
Directeur de recherche
Département de physique

Professeur René Côté
Membre interne
Département de physique

Professeur Jeffrey Quilliam
Président rapporteur
Département de physique

À papi et mamie,

Sommaire

Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur l'élaboration d'une plateforme d'information quantique basée sur les états liés de Majorana. Ces états sont des candidats prometteurs à la réalisation de qubits topologiques tolérants aux fautes. Généralement, l'approche employée, laquelle a permis d'observer certaines signatures expérimentales de ces états, repose sur l'utilisation de matériaux à fort couplage spin-orbite. De manière alternative, ce mémoire présente l'étude de ces états dans les systèmes tirant profit des matériaux de la microélectronique via l'ingénierie du couplage spin-orbite produit par des microaimants en réseau.

D'abord, une étude de faisabilité de l'implémentation d'une plateforme versatile d'états liés de Majorana à base de gaz d'électrons bidimensionnel est effectuée. Une optimisation du réseau permet d'identifier des régimes de paramètres favorables à l'émergence de ces états dans le silicium. Bien que la protection topologique observée soit typiquement plus faible que pour matériaux à fort couplage spin-orbite intrinsèque, les limitations et bénéfices de cette approche sont identifiés. Finalement, la robustesse de la protection topologique a été démontrée en présence de désordre dans les réseaux d'aimants.

Dans l'optique de valider l'approche théorique, qui repose sur la création d'un couplage spin-orbite artificiel par un réseau d'aimant, une expérience visant à caractériser ce couplage a été conçue. En effet, une expérience de focalisation magnétique a été réalisée pour déterminer la force du couplage spin-orbite produit par un seul microaimant dans une hétérostructure à gaz d'électrons bidimensionnel. Également, le développement de simulations numériques de transport quantique dans ces dispositifs a permis d'investiguer l'origine microscopique des signatures expérimentales observées.

Mots clés : Informatique quantique topologique, états liés de Majorana, couplage spin-orbite, microaimants, focalisation magnétique.

Remerciements

Durant ces deux années de maîtrise, j'ai eu la chance de rencontrer des gens qui ont fait de ma maîtrise une belle aventure. Par ces quelques lignes, je souhaite remercier ces personnes d'avoir contribué à façonner ma vision de la recherche.

J'aimerais d'abord remercier mon superviseur Michel Pioro-Ladrière de m'avoir accueillie dans son groupe de recherche. Merci de m'avoir fait confiance pour mener à bien mon projet de maîtrise et pour m'avoir supporté tout au long de ces deux années. Je remercie également toutes les personnes étudiantes du groupe de Michel pour les moments passés au travail et pour les amitiés qui se sont développées. Vous avez rendu mon environnement de travail énormément plus stimulant. Merci également au Pr Ion Garate et à Samuel Boutin de m'avoir initié à la recherche en physique théorique. J'ai énormément apprécié la collaboration qui s'est poursuivie tout au long de ma maîtrise. Merci également à Pierre Lefloïc qui a travaillé sur le projet dans le cadre d'un stage. De plus, je remercie les membres de mon comité de suivi, Jeffrey Quilliam et René Côté, pour la lecture de mon mémoire et leurs conseils dans l'écriture de celui-ci.

Je remercie également Michael Lacerte, Frédéric Francoeur et Christian Lupien. Votre expertise technique a été un ingrédient essentiel à la réussite de mon projet. Merci à Étienne Grondin, Félix Lalumière, Stéphane Morin ainsi que Julien pour la fabrication des dispositifs que j'ai mesurés.

Un merci spécial à Julien Camirand Lemyre. Je ne serais fort probablement pas où je suis aujourd'hui sans ta présence dans mon parcours académique. Merci d'avoir été présent dans pratiquement tous les aspects de mon projet, de m'avoir aidé dans l'écriture de la demande de bourse, dans le travail en salles propres, etc. Merci aussi pour la belle relation de travail et d'amitié que l'on a développée au fil des années.

Merci à Sophie Rochette et Chloé Gauvin-Ndiaye avec qui j'ai entrepris la fondation du Comité Diversité en physique de l'Université de Sherbrooke. Vous êtes inspirantes. Merci

également à toutes les autres personnes qui se sont jointes au comité et à toutes les personnes avec qui j'ai participé à l'organisation de conférences.

Sur une note plus personnelle, je remercie toute ma famille et mes ami·e·s, merci de m'avoir encouragée et soutenue tout au long de mon parcours. Merci à ma mère, mon père et mes frères pour votre présence et votre écoute. Merci également à Mamie et Papi à qui je dédie ce travail, votre amour inconditionnel et votre force m'inspirent. Également, merci Félix pour ta présence dans mon quotidien, ton soutien et ton amour. Je t'aime.

Finalement, je tiens à souligner l'apport financier de l'Institut quantique, du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) et du Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQNT) grâce à qui la réalisation de mon projet a été possible.

Table des matières

Sommaire	ii
Introduction	1
1 États liés de Majorana dans les systèmes solides	4
1.1 États liés de Majorana dans les supraconducteurs	5
1.2 Chaîne de Kitaev	6
1.3 Implémentation expérimentale	9
1.4 États liés de Majorana avec textures magnétiques	13
2 Modes de Majorana avec des réseaux d'aimants optimisés	16
2.1 Modèle - canal unidimensionnel	17
2.2 Réseaux de microaimants	19
2.3 Robustesse des états liés de Majorana en présence de variations des paramètres ajustables	24
2.4 Modes de Majorana avec réseaux d'aimants désordonnés	27
2.5 Influence des paramètres de matériaux	31
2.6 Perspectives	34
3 Caractérisation d'un couplage spin-orbite produit par un microaimant	35
3.1 Focalisation magnétique	36
3.2 Focalisation magnétique avec couplage spin-orbite	40
4 Focalisation magnétique dans une hétérostructure à gaz d'électrons bidimensionnel de GaAs/AlGaAs	44
4.1 Considérations expérimentales	45
4.2 Conception des bobines de Helmholtz	46
4.3 Caractérisation des dispositifs et de l'aimant vectoriel	51
4.4 Focalisation magnétique	59

<i>Table des matières</i>	vii
5 Modèle et simulations numériques	62
5.1 Définition du système	63
5.2 Étude des points de contact quantiques	65
5.3 Étude numérique de la focalisation magnétique	72
Conclusion	80
A «Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g-factor materials»	83
Bibliographie	94

Table des figures

1.1	Schéma de la chaîne de Kitaev dans le cas trivial et topologique	8
1.2	Structure de bande électronique suite à l'ajout d'un champ magnétique et d'un couplage spin-orbite.	10
1.3	Diagramme des bandes d'énergie dans la phase topologique d'un nanofil avec couplage spin-orbite, supraconductivité induite et champ magnétique externe.	11
1.4	Schéma d'un champ magnétique spiral	14
2.1	Signatures des états liés de Majorana dans la chaîne de Kitaev dans le cas trivial et topologique	18
2.2	Champ magnétique et couplage spin-orbite effectif créé par trois géométries de microaimants optimisées	21
2.3	Gap topologique en fonction du potentiel chimique pour une géométrie optimisée et non optimisée	23
2.4	Robustesse du gap topologique en fonction de variation du potentiel chimique, du champ magnétique externe et du gap topologique pour trois géométries de microaimants.	25
2.5	Impact des erreurs de fabrication sur les caractéristiques des états liés de Majorana avec réseaux d'aimants optimisés.	28
2.6	Gap topologique pour des réseaux d'aimant optimisés (géométrie I) en fonction de la masse effective m^* et du facteur g	32
2.7	Gap topologique pour canal 1D avec d'InAs avec et sans réseau d'aimants optimisé.	33
3.1	Géométrie d'un système de focalisation magnétique	36
3.2	Schéma du signal de focalisation magnétique en fonction du champ magnétique avec et sans couplage spin-orbite.	39
3.3	Orbites cyclotrons avec couplage spin-orbite	41

4.1	Pièces du montage expérimental pour l'expérience de focalisation magnétique	46
4.2	Simulations du champ magnétique produit par des bobines de Helmholtz.	47
4.3	Effet du couple magnétique sur la structure du porte-échantillon	49
4.4	Schéma de l'empilement et de la structure de bande d'une hétérostructure de GaAs/AlGaAs	52
4.5	Géométrie des contacts sur les dispositifs de focalisation magnétique.	53
4.6	Image au microscope électronique d'un dispositif de focalisation magnétique après le procédé de fabrication	54
4.7	Mesures d'effet Hall pour la calibration de l'aimant vectoriel.	55
4.8	Mesures expérimentales de conductance à travers chaque point de contacts quantiques d'un dispositif de focalisation magnétique	57
4.9	Schéma d'un dispositif de focalisation magnétique avec et sans couplage spin-orbite.	59
4.10	Mesure expérimentale de focalisation magnétique avec et sans couplage spin-orbite	60
5.1	Schéma de la région mésoscopique d'un système de point de contact quantique	64
5.2	Schéma du système de points de contact quantiques simulés avec Kwant . . .	66
5.3	Conductance à travers un point de contact quantique en fonction de la tension de grilles pour les deux géométries simulées.	67
5.4	Signatures des points de contact quantiques (PCQ) en fonction des dimensions du système.	71
5.5	Schéma du système de focalisation magnétique simulé avec Kwant	73
5.6	Signal de focalisation magnétique sans couplage spin-orbite intrinsèque obtenue par des simulations numériques de transport quantique.	75
5.7	Résistance de focalisation magnétique en fonction du champ magnétique perpendiculaire obtenu par simulations numériques.	76
5.8	Champ magnétique et potentiel vecteur créé par un microaimant dans la géométrie de focalisation magnétique.	78
5.9	Champ magnétique et potentiel vecteur créé par un microaimant dans la géométrie de focalisation magnétique.	79

Introduction

L'ordinateur quantique a le potentiel de résoudre certains problèmes autrement impossibles pour un ordinateur classique. Cette technologie, qui utilise activement les propriétés quantiques de la matière, offre un avantage pour des problèmes d'optimisation [1], de simulations de systèmes quantiques et en cryptographie [2,3]. En vue de l'élaboration d'un processeur quantique, il est nécessaire de pouvoir d'abord implémenter et contrôler l'unité fondamentale de calcul quantique, le qubit, qui contrairement à son analogue classique, exploite le principe de superpositions d'états et d'enchevêtrement. Parmi les divers systèmes proposés pour leur implémentation, les approches les plus avancées à ce jour sont les qubits supraconducteurs [4] avec des processeurs atteignant plus de 20 qubits [5], les ions piégés [6] et les qubits de spin [7].

L'information quantique étant très fragile, une approche alternative prometteuse repose sur la réalisation d'états intrinsèquement robustes aux perturbations de l'environnement, tels que les états liés de Majorana [8,9]. Bien que moins avancée que les technologies concurrentes, l'approche des qubits de Majorana représente un avantage en raison de ses propriétés topologiques. En effet, ces états émergent en paires localisées aux extrémités d'un système unidimensionnel et forment un état fermionique délocalisé dans lequel l'information est encodée. La délocalisation de cet état dans l'espace rend l'information robuste aux perturbations locales de l'environnement. Toutefois, encore aujourd'hui aucune démonstration de leurs propriétés topologiques et de la réalisation d'un qubit n'a été effectuée. Plusieurs expériences ont cependant permis d'observer des signatures attendues pour la présence d'états liés de Majorana dans un système composé d'un nanofil semiconducteur à fort couplage spin-orbite mis en proximité d'un supraconducteur [10–12].

En vue d'implémenter un processeur quantique basé sur ces états, la fabrication d'un large réseau de nanofils doit être effectuée [13]. Bien que l'avancement des techniques de fabrication permette la formation de réseaux d'une dizaine de nanofils [14–16], la mise en place d'un large réseau demeure un défi de taille. De manière alternative, l'utilisation de

systèmes bidimensionnels, tels qu'un gaz d'électrons dans lequel le réseau de nanofils peut être formé de manière électrostatique, peut représenter un avantage [17]. Également, cette avenue ouvre la voie à l'utilisation de matériaux très peu désordonnés dont les techniques de fabrication sont déjà bien établies tels que le silicium. Or, ces matériaux possèdent généralement un faible couplage spin-orbite qui est un ingrédient essentiel du modèle. Pour pallier cette limitation, l'ajout d'une texture magnétique au système permet de créer artificiellement le couplage spin-orbite requis.

Certaines avenues ont été explorées pour la création d'une telle texture magnétique, soit l'utilisation d'atomes magnétique [18], de domaines magnétiques [19], de jonctions tunnel magnétiques [20–22] ou encore par l'ajout d'un réseau de microaimants [23–25]. L'utilisation de microaimant ayant déjà démontré des performances accrues pour le contrôle des qubits de spin [26], cette approche a été préconisée.

Par ailleurs, l'ajout de supraconductivité par effet de proximité est aussi un élément clé pour la réalisation d'états liés de Majorana dans les systèmes unidimensionnels [27]. Dans l'optique d'utiliser des matériaux comme le silicium ou l'arséniure de gallium, plusieurs techniques peuvent être employées. En effet, des signatures de supraconductivité induite ont déjà été démontrées dans ces deux matériaux [28,29]. De manière alternative, une étude préliminaire de supraconductivité induite dans le Si/SiGe a été effectuée dans le cadre de ce projet de maîtrise [30]. Toutefois, par souci de concision, la contribution apportée aux résultats expérimentaux obtenus n'est pas présentée dans ce mémoire.

Ce mémoire présente la mise en place de certains requis expérimentaux pour l'élaboration d'une architecture bidimensionnelle pour l'étude d'états liés de Majorana dans les matériaux à faible facteur g avec un couplage spin-orbite artificiel produit par un réseau de microaimants. Les deux volets de ce projet sont (I) une étude théorique des régimes de paramètres et de géométries d'aimants maximisant l'émergence d'états liés de Majorana et (II) la conception d'une expérience visant à caractériser le couplage spin-orbite produit par un microaimant dans un gaz d'électrons bidimensionnel. La structure des chapitres décrivant les étapes clés du travail effectué est présentée ci-dessous.

Chapitre 1 : Les bases du modèle théorique qui sous-tend l'implémentation de systèmes d'états liés de Majorana sont présentées. Ce modèle pose les assises d'une implémentation expérimentale reposant sur des ingrédients couramment utilisés dans les expériences de physique mésoscopique. De plus, l'ajout d'une texture magnétique permet de relâcher certaines contraintes liées aux matériaux utilisés.

Chapitre 2 : Une étude de faisabilité de l'implémentation d'un système dans lequel peuvent

émerger des états liés de Majorana avec l'ajout d'un couplage spin-orbite créé par un réseau de microaimants est effectuée. Cette étude permet de donner une intuition quant à l'effet des paramètres clés pour l'implémentation d'une telle plateforme dans les matériaux couramment utilisés dans l'industrie de la microélectronique. Les résultats de ce chapitre font l'objet d'une publication en cours de révision [25] (voir Annexe A)

Chapitre 3 : Le couplage spin-orbite créé par le réseau d'aimants étant un élément clé du système présenté au chapitre 2, une technique de caractérisation de ce couplage, appelée focalisation magnétique, est introduite. Dans le cas présenté, l'expérience est adaptée pour caractériser le couplage produit par un seul microaimant.

Chapitre 4 : Ce chapitre présente la conception, la fabrication et la caractérisation d'un montage expérimental composé d'un aimant vectoriel pour l'expérience de focalisation magnétique. Cette description est suivie de résultats expérimentaux préliminaires de la caractérisation du couplage spin-orbite produit par un seul microaimant.

Chapitre 5 : Un modèle de simulations numérique prenant en compte les paramètres relatifs au système de focalisation magnétique est développé pour élucider une partie des résultats expérimentaux.

Les travaux présentés ici sont traités dans un contexte visant l'élaboration d'une plateforme d'états liés de Majorana. Or, le couplage spin-orbite est également un ingrédient clé pour plusieurs systèmes de la physique mésoscopique [31] tels que le transistor spin-orbite proposé par Datta et Das [32], les qubits spin-orbite [33] et l'effet Hall de spin quantique [34]. L'ingénierie d'un tel couplage via l'utilisation de microaimants ouvre donc la voie au développement d'un nouveau champ de recherche en physique mésoscopique.

Chapitre 1

États liés de Majorana dans les systèmes solides

L'une des approches poursuivies pour l'étude d'états liés de Majorana, en vue de créer une plateforme d'information quantique tolérante aux fautes, repose sur l'ingénierie de la chaîne de Kitaev [27]. Cela peut être effectué à l'aide d'un nanofil semiconducteur à fort couplage spin-orbite, en l'occurrence des nanofils d'arséniure d'indium ou d'antimoniure d'indium, couplé à un supraconducteur tel que l'aluminium [10]. Dans ce chapitre, il sera question des bases de ce modèle théorique et de son implémentation expérimentale. Pour ce faire, des signatures d'états liés de Majorana sous forme de modes d'énergie nuls localisés aux extrémités de la chaîne seront discutées. Ensuite, la manière suivant laquelle l'ingénierie de ce modèle jouet peut être entreprise à l'aide d'ingrédients communément utilisés dans les expériences de physique mésoscopique sera présentée [8,35]. Finalement, le relâchement de certaines contraintes reliées aux matériaux employés via l'utilisation d'une texture magnétique sera démontré [36].

1.1 États liés de Majorana dans les supraconducteurs

Les fermions de Majorana sont leur propre antiparticule [37], ce qui correspond à une solution réelle de l'équation à Dirac. Dans les systèmes de la physique du solide, l'analogie du fermion de Majorana apparaît plutôt sous forme d'excitation, communément appelée quasi-particule. Pour cette raison, la nomenclature états liés de Majorana sera utilisée plutôt que fermion de Majorana pour désigner ces quasi-particules. Il existe un second type de quasi-particule de Majorana, qui émerge comme états de bords de systèmes bidimensionnels. Ces états ne seront pas discutés ici, les références [38–41] peuvent être consultées. Il est à noter que la démarche poursuivie dans les sections 1.1 1.3 est basée sur les articles de revue suivants [41–45].

Étant leur propre antiparticule (ou anti-quasi-particule), les opérateurs de Majorana (γ ou γ^\dagger) doivent obéir à la relation suivante dans le formalisme de seconde quantisation

$$\gamma_j = \gamma_j^\dagger, \quad (1.1)$$

où j représente ici une position dans l'espace réel.

Dans les solides, les états liés de Majorana peuvent être décrits comme une égale superposition entre un électron et un trou. Puisque la création d'un électron peut être vue comme la destruction d'un trou, et vice-versa, il est possible d'exprimer les opérateurs de Majorana de façon à respecter (1.1) et tel que

$$\gamma_{j,1} = c_j + c_j^\dagger, \quad (1.2)$$

avec $c_j^{(\dagger)}$ l'opérateur d'annihilation (création) d'un électron. La relation $\gamma_{j,2} = i(c_j^\dagger - c_j)$ est également une solution, linéairement indépendante, à l'équation (1.1). En inversant ces deux dernières expressions, on obtient $c_j = \frac{1}{2}(\gamma_{j,1} + i\gamma_{j,2})$. Concrètement, cela représente la séparation de l'opérateur c_j en sa partie réelle ($\gamma_{j,1}$) et sa partie imaginaire ($\gamma_{j,2}$). Bien que cette décomposition puisse toujours être effectuée pour n'importe quel opérateur fermionique, cela ne signifie pas que tout opérateur γ_j représente un état lié de Majorana. Ceux-ci doivent être des états propres du système.

Ces états liés possèdent les propriétés suivantes :

- (i) Ils possèdent une énergie nulle¹;
- (ii) Ils apparaissent toujours en paires;

1. Comme $[\mathcal{H}, \gamma] = 0$, et que $\mathcal{H}|\text{EF}\rangle = E_{\text{EF}}|\text{EF}\rangle$ où $|\text{EF}\rangle$ est l'état fondamental de l'Hamiltonien du système avec une énergie E_{EF} . Il s'ensuit que $\gamma|\text{EF}\rangle$ est également un état propre de l'Hamiltonien.

- (iii) Deux états liés localisés au même endroit dans l'espace réel s'annihilent ;
- (iv) Deux états liés de Majorana forment un état fermionique délocalisé ;
- (v) L'état fermionique délocalisé peut être «occupé» ou «vide», ce qui peut être associé aux états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ d'un qubit. En pratique, pour effectuer des opérations non triviales sur le système, il est nécessaire d'avoir un système composé d'au moins quatre états liés de Majorana dont l'information est encodée dans deux états fermioniques [42] ;
- (vi) Les états liés de Majorana ont une statistique d'échange d'anions non abéliens. À l'instar des fermions ou des bosons, où l'échange de deux particules ajoute un facteur de phase réel à la fonction d'onde, dans le cas d'anions non abéliens, l'échange de deux particules modifie la fonction d'onde suivant une transformation unitaire.

En raison des propriétés énoncées ci-haut, les modes de Majorana sont particulièrement intéressants pour l'informatique quantique. Comme l'information contenue dans un état fermionique est délocalisé dans l'espace, celle-ci devrait être peu affectée par l'environnement qui agit généralement localement. Par ailleurs, les portes logiques, opérations de base d'un ordinateur quantique, peuvent être effectuées par l'échange de deux états liés de Majorana (appelé tressage). En raison de leur propriétés d'anions non abéliens, le tressage effectue une transformation unitaire sur la fonction d'onde globale du système.

De l'expression (1.2), on remarque que l'opérateur γ est similaire à l'opérateur d'annihilation d'une quasi-particule de Bogoliubov dans un supraconducteur de symétrie s , soit $b = uc_{\uparrow}^{\dagger} + vc_{\downarrow}$ [41,45]. Or, l'indice de spin ici rend impossible le respect de la condition (1.1), et ce même pour $u = v^*$. Il faut donc utiliser des systèmes supraconducteurs non conventionnels tels que les supraconducteurs de symétrie p qui couplent des spins parallèles. La chaîne de Kitaev est un exemple de modèle théorique qui rassemble ces éléments et sera discuté à la prochaine section.

1.2 Chaîne de Kitaev

En 2001, Alexei Kitaev a proposé un modèle jouet au sein duquel peuvent émerger des états liés de Majorana sous certaines conditions [27]. Le modèle consiste en une chaîne unidimensionnelle de taille finie composée de fermions sans spin avec un couplage supraconducteur de symétrie p ² décrit par l'expression

2. À titre de comparaison, le terme de couplage dans le cas d'un supraconducteur de symétrie s est proportionnel à $\sum_j [c_{j\uparrow}^{\dagger}c_{j\downarrow}^{\dagger} + c_{j\downarrow}c_{j\uparrow}]$, où \uparrow (\downarrow) représentent les indices de spin.

$$H = -\mu \sum_{j=1}^N c_j^\dagger c_j - t \sum_{j=1}^{N-1} [c_j^\dagger c_{j+1} + c_{j+1}^\dagger c_j] - \Delta \sum_{j=1}^{N-1} [c_j c_{j+1} + c_{j+1}^\dagger c_j^\dagger], \quad (1.3)$$

où μ représente le potentiel chimique, t l'amplitude de saut entre les sites j et $j + 1$ et Δ le couplage supraconducteur³. Dans ce modèle, les états liés de Majorana apparaissent localisés aux extrémités du fil 1D.

Suivant la démarche décrite à la section 1.1, où $c_j = \frac{1}{2}(\gamma_{j,1} + i\gamma_{j,2})$, il est possible de réécrire le Hamiltonien de la chaîne sous la forme

$$H = \frac{i}{2} \sum_{j=1}^{N-1} [(-t + \Delta)\gamma_{j,1}\gamma_{j+1,2} + (t + \Delta)\gamma_{j,2}\gamma_{j+1,1}] - \frac{i\mu}{2} \sum_{j=1}^N \gamma_{j,1}\gamma_{j,2}, \quad (1.4)$$

exprimé en termes d'opérateurs de Majorana.

Considérons deux cas particuliers de cet Hamiltonien, soit la phase triviale et la phase topologique. Plusieurs jeux de paramètres peuvent être considérés pour décrire chacune de ces phases. Ici, seulement deux cas seront traités où t , Δ et μ sont judicieusement choisis pour les décrire simplement.

Cas trivial

Avec $t = \Delta = 0$ et $\mu < 0$, le système est dans la phase triviale. L'équation (1.4) se réduit à

$$H = \frac{-i\mu}{2} \sum_{j=1}^N \gamma_{j,1}\gamma_{j,2} = -\mu \sum_{j=1}^N c_j^\dagger c_j. \quad (1.5)$$

On remarque que le coût en énergie pour ajouter une excitation, à n'importe quel site du système, est égal à $|\mu| > 0$.

Cas topologique

Pour $t = \Delta > 0$ et $\mu = 0$, le Hamiltonien (1.4) se réduit à

$$H = it \sum_{j=1}^{N-1} \gamma_{j,2}\gamma_{j+1,1}. \quad (1.6)$$

3. Notons ici que la phase de la fonction d'onde supraconductrice est prise égale à zéro de sorte que $\Delta = |\Delta|$

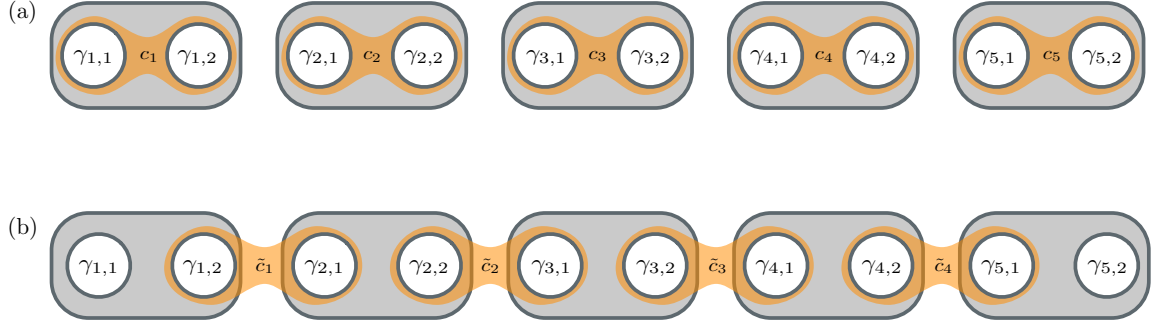


FIGURE 1.1 Schéma d'une chaîne unidimensionnelle sans spin composée de 5 sites. Les boîtes grises représentent les sites de la chaîne tandis que les zones orange représentent les opérateurs c_j . Finalement, les cercles blancs désignent les opérateurs de Majorana. (a) Les opérateurs sur chaque site c_j peuvent être décomposés en une superposition d'opérateurs de Majorana $\gamma_{j,1}$ et $\gamma_{j,2}$. (b) Dans la phase topologique, ici dans le cas $\mu = 0$ et $t = \Delta$, l'Hamiltonien est diagonal dans la base des opérateurs fermioniques créés par la combinaison d'opérateurs de Majorana sur des sites voisins. Dans le cas d'une chaîne de 5 sites, deux opérateurs, $\gamma_{1,1}$ et $\gamma_{5,2}$ localisée aux extrémités de la chaîne. Ensemble, ces opérateurs forment un opérateur fermionique délocalisé dans l'espace. Figure adaptée de [42].

On remarque que deux termes sont manquants, soit $\gamma_{j,1}$ et $\gamma_{N,2}$, les opérateurs de Majorana localisés aux extrémités de la chaîne. Étant des états propres à énergie nulle de l'Hamiltonien, ces opérateurs correspondent à des états liés de Majorana. Il est à noter que la phase topologique subsiste sur une plage non-nulle de valeurs de t , Δ et μ tel qu'il sera décrit plus en détail à la section 1.3.1, les paramètres choisis ici sont utilisés dans l'optique de simplifier la discussion.

Ces deux cas peuvent être schématisés par la figure 1.1. Dans le cas trivial, il y a un couplage entre deux opérateurs de Majorana sur un même site (terme $\gamma_{j,1}\gamma_{j,2}$), illustré par la zone orangée sur chacun des sites. Dans le cas topologique, le couplage s'effectue entre deux sites voisins (terme $\gamma_{j,2}\gamma_{j+1,1}$), laissant ainsi deux opérateurs de Majorana non couplés aux extrémités.

Modes d'énergie zéro : Les états liés de Majorana devraient apparaître comme deux états à énergie nulle dans la distribution en énergie du système. En pratique, en raison du chevauchement des fonctions d'ondes localisées aux extrémités de fil, il y a une certaine hybridation entre les deux modes d'énergie nulle. Cette hybridation lève la dégénérescence en énergie d'une quantité qui sera notée ϵ_M . Une grande valeur de ϵ_M témoigne d'un grand chevauchement entre les fonctions d'ondes, et donc d'une faible localisation des états liés de Majorana.

Localisation de la fonction d'onde : Dans le modèle de Kitaev, pour $t = \Delta > 0$ et $\mu = 0$, les états liés de Majorana apparaissent localisés sur un seul site. Or, en pratique, la fonction d'onde s'étend sur plusieurs sites de la chaîne, sur une distance qui dépend de la longueur de cohérence du supraconducteur ξ [40].

1.3 Implémentation expérimentale

L'implémentation expérimentale du modèle de Kitaev pose quelques défis. Rappelons que ce modèle consiste en une chaîne unidimensionnelle sans spin avec de la supraconductivité de symétrie p . Or, dans les systèmes réels, les électrons possèdent un spin et la rareté des supraconducteurs de ce type rend leur utilisation difficile [46]. Cependant, en utilisant les outils de la physique mésoscopique, il est possible de pallier ces deux limitations dans un régime qui permet de façon effective la réalisation du modèle de Kitaev [8, 35].

1.3.1 Modèle théorique de l'implémentation du modèle de Kitaev

D'abord, pour obtenir le caractère unidimensionnel du modèle, des nanofils, dans un régime à peu de sous-bandes occupées, sont généralement utilisés. Ensuite, pour réaliser de façon effective un supraconducteur de symétrie p , il est possible de mettre en contact le nanofil avec un supraconducteur de symétrie s tel que l'Al ou le Nb. Toutefois, d'autres ingrédients doivent être introduits pour atteindre le régime de supraconductivité topologique effective. Le nanofil doit être polarisé en spin. En enlevant ce degré de liberté, le système devient de manière effective, sans spin. Pour ce faire, un champ magnétique (\mathbf{B}_0) levant la dégénérescence de spin de la structure de bande telle qu'illustrée à la figure 1.2(a) peut être utilisé. Supposons que le potentiel chimique est placé entre la bande de spin \uparrow et \downarrow . Le système devient alors polarisé. Or, il n'est pas possible d'y induire de la supraconductivité à symétrie s par effet de proximité puisque celle-ci couple des électrons de spins opposés. L'ajout d'un couplage spin-orbite permet de résoudre cette nouvelle limitation. Regardons d'abord l'effet de ce couplage seul sur la structure de bande telle qu'exposée à la figure 1.2(b). Un décalage en k levant la dégénérescence de spin est observé. Or, aucun potentiel chimique ne permet d'avoir une bande d'énergie polarisée en spin. En combinant la contribution d'une énergie Zeeman et d'un couplage spin-orbite, on obtient une structure de bande telle que représentée à la figure 1.2(c). Le potentiel chimique peut être choisi de façon à être dans région grise, où les électrons de la bande d'énergie occupée possèdent des composantes de spin à la fois parallèles et antiparallèles. L'interrelation entre le couplage spin-orbite et

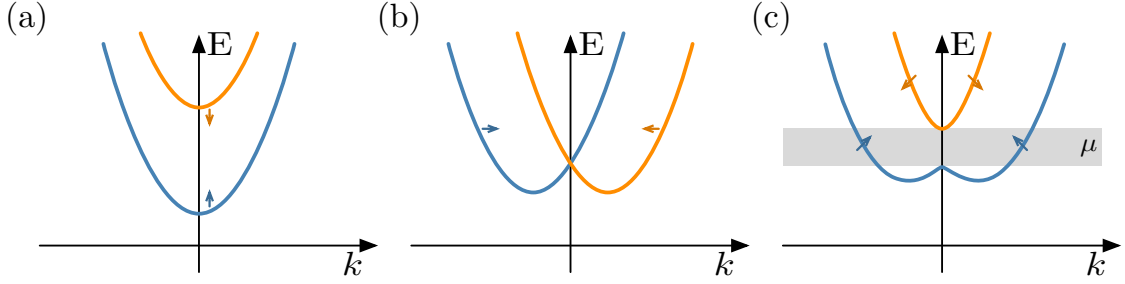


FIGURE 1.2 Structure de bande électronique suite à l'ajout d'un champ magnétique et d'un couplage spin-orbite. (a) Structure de bande d'un système d'électrons libres dans un champ magnétique externe. (b) Structure de bande électronique d'un système avec couplage spin-orbite. (c) Structure de bande d'un système d'électrons avec couplage spin-orbite dans un champ magnétique externe. La bande grise correspond à une région en potentiel chimique où il est possible d'obtenir de la supraconductivité topologique. Figure adaptée de [45].

le champ magnétique permet d'induire de la supraconductivité de symétrie p par effet de proximité tout en ayant un système effectif sans spin.

Un tel système, où le nanofil sera pris orienté selon x , peut être décrit par l'Hamiltonien suivant (pour la première bande d'énergie)

$$H = \int_0^L \psi^\dagger \mathcal{H} \psi, \quad (1.7)$$

où H est exprimé dans la base $(\psi^\dagger = (c_{k,\uparrow}, c_{k,\downarrow}, c_{-k,\downarrow}^\dagger, -c_{-k,\uparrow}^\dagger))$, L est la longueur du nanofil et \mathcal{H} est l'Hamiltonien local décrit par l'expression⁴

$$\mathcal{H}(p) = \left(\frac{p_x^2}{2m^*} - \mu \right) \tau_z + \alpha p_x \tau_z \sigma_z + B_x \sigma_x + \Delta \tau_x. \quad (1.8)$$

Ici, σ_j représentent les matrices de Pauli dans la base de spin et τ_j dans la base électrons-trous. Les paramètres α , B_x et Δ reflètent la force du couplage spin-orbite, l'énergie Zeeman et le gap supraconducteur respectivement.

En diagonalisant l'Hamiltonien (1.8), on obtient

$$E_{\pm}^2(p) = \left(\frac{p^2}{2m} - \mu \right)^2 + B_x^2 + \Delta^2 + (\alpha p)^2 \pm 2 \sqrt{\Delta^2 B_x^2 \left(\frac{p^2}{2m} - \mu \right) (B_x^2 + \alpha^2)} \quad (1.9)$$

qui décrit l'énergie du système en fonction du vecteur d'onde k tel qu'exposé à la figure 1.3(a). On remarque qu'à la transition de phase topologique, il y a fermeture du gap à $k = 0$.

4. Ici, la notation $\tau_i \sigma_j$ réfère à une notation tensorielle $\tau_i \otimes \sigma_j$.

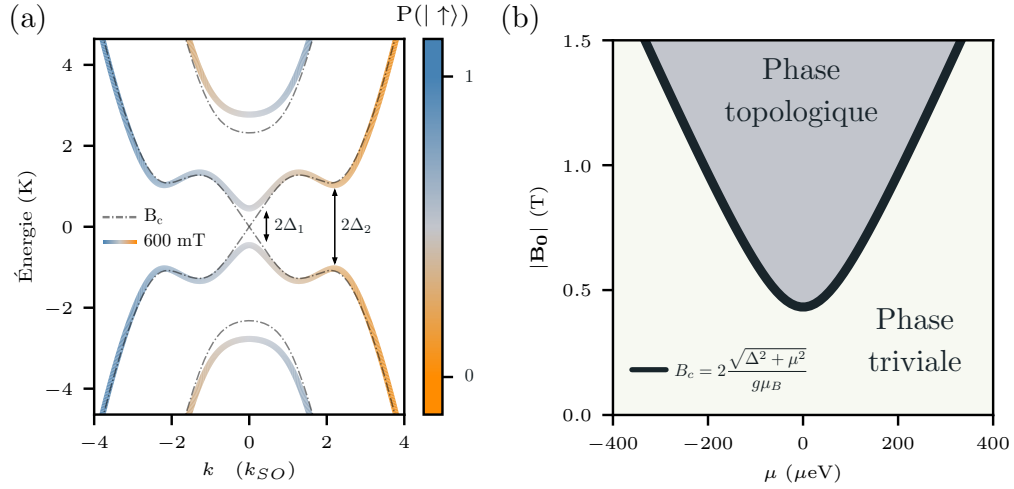


FIGURE 1.3 Diagramme des bandes d'énergie dans la phase topologique d'un nanofil avec couplage spin-orbite, supraconductivité induite et champ magnétique externe. (a) Bandes d'énergie dans la phase topologique en fonction de k en unités de $k_{SO} = \alpha m^* / \hbar^2$. Les paramètres utilisés correspondent à ceux de l'InAs, soit $\Delta = 0.1$ meV, $\alpha = 0.01$ eVnm et $|\mathbf{B}_0| = 600$ mT. Le trait pointillé correspond à un champ magnétique $|\mathbf{B}_0| = B_c$, soit la transition de phase topologique. Les couleurs représentent l'orientation de spin dans la structure de bande. (b) Diagramme de phase topologique/triviale en fonction du potentiel chimique et du champ magnétique externe.

Dans la phase topologique, la structure de bande possède un gap à $k = 0$ et $k = k_f$ qui seront respectivement notés Δ_1 et Δ_2 . La dépendance de ces deux gaps en fonction des divers paramètres du modèle sera discutée à la section 2.3. Toutefois, il est à noter que la protection topologique des états liés de Majorana est dictée par le gap minimal en Δ_1 et Δ_2 .

Tel que mentionné précédemment, le couplage spin-orbite et le champ magnétique externe sont deux ingrédients importants pour obtenir de la supraconductivité topologique. En effet, tel que décrit par la figure 1.3(b), l'augmentation du champ magnétique entraîne le système dans la de phase topologique, lorsque

$$\frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{B}_0| \geq \sqrt{\Delta^2 + \mu^2}, \quad (1.10)$$

ce qui sera appelé pour la suite, la condition topologique.

1.3.2 Avancées et signatures expérimentales

Suivant les étapes d'implémentation, plusieurs avancées en matière de dispositifs ont été faites pour l'observation expérimentale d'états liés de Majorana dans les nanofils à fort

couplage spin-orbite (ex. InSb, InAs). Ceux-ci peuvent se manifester sous plusieurs formes, notamment par un effet Josephson 4π périodique ou encore un pic dans la densité d'états à énergie nulle localisé aux extrémités du fil [10]. Ici, l'effet Josephson 4π ne sera pas discuté, les références [47–49] peuvent être consultées.

Il est à noter que, malgré les signatures observées qui peuvent être attribuables à la présence d'états liés de Majorana, aucune réalisation de qubit ni la démonstration des propriétés topologiques de ces états n'a été effectuée à ce jour. Une telle démonstration nécessite de pouvoir contrôler et mesurer les états fermioniques formés par les modes de Majorana. Également, suivant les diverses propositions pour effectuer des portes logiques à l'aide de modes de Majorana, la fabrication d'un réseau de nanofils est nécessaire, ce qui représente un défi expérimental [13].

Également, certaines des signatures observées sont attribuables à des états liés d'Andreev [50] et des états issus du désordre [51]. À cet effet, des travaux théoriques ont permis d'élaborer des protocoles pour distinguer les états liés de Majorana des autres causes possibles des signatures observées expérimentalement [50, 52].

Pic dans la densité d'états à énergie nulle Comme les états liés de Majorana sont localisés aux extrémités d'un nanofil et possèdent une énergie nulle, une mesure de la densité d'états locale, à l'une des extrémités du nanofil renseigne sur leur présence [10, 45]. Cela peut être fait par une mesure de conductance différentielle à énergie nulle en fonction du champ magnétique. Lorsque le champ magnétique respecte la condition topologique (eq. (1.10)), un pic devrait apparaître avec une conductance quantifiée à $G = 2e^2/h$ [53, 54]. Également, on s'attend à une forte dépendance du pic en fonction de l'orientation du champ magnétique [33]. Lorsque le vecteur de couplage spin-orbite est aligné avec le champ magnétique externe, le système devrait retomber dans l'état trivial. Également, lorsque le champ magnétique est varié, l'étendue de la fonction d'ondes des modes d'énergie nulle devrait être modifiée, puisqu'elle dépend de la longueur de cohérence du supraconducteur [12]. Ainsi, le chevauchement des fonctions d'ondes devrait créer une hybridation des modes d'énergie nulle et entraîner une oscillation du pic dans la densité d'états locale.

La première observation d'une signature d'états liés de Majorana a été réalisée en 2012 dans un nanofil d'InSb avec un contact supraconducteur de NbTiN [10]. Bien que cette signature soit dans une certaine limite robuste aux paramètres expérimentaux et possédait la bonne dépendance suivant l'orientation du champ externe, son amplitude n'était pas quantifiée. Plus tard, des oscillations du pic de densité d'états à énergie nulle ont été observées dans un nanofil d'InAs [12]. En 2018, la première observation d'un pic d'amplitude

quantifiée fut observée [11]. Cette dernière peut être attribuable aux diverses améliorations expérimentales relatives aux dispositifs mesurés, entre autres à l'interface entre le métal normal et le supraconducteur [55, 56]. Parallèlement, d'autres études au sein desquelles les nanofils sont formés de manière électrostatique dans une hétérostructure d'InAs ont permis d'observer le pic de conductance à énergie nulle (amplitude non quantifiée) [17]. Ces hétérostructures pourraient faciliter la réalisation des réseaux de nanofils, nécessaires à une architecture d'informatique quantique. Cette liste de signatures n'est évidemment pas exhaustive, toutefois elle rend compte de plusieurs jalons importants vers la démonstration expérimentale d'états liés de Majorana dans les systèmes solides.

1.4 États liés de Majorana avec textures magnétiques

Le modèle expérimental présenté précédemment nécessite l'utilisation d'un matériau à fort couplage spin-orbite. Or, il pourrait être intéressant de tirer profit des matériaux bidimensionnels couramment utilisés en microélectronique comme le Si ou le GaAs, qui peuvent être très peu désordonnés [41] et possèdent des procédés de fabrication déjà bien établis [7]. Cette approche facilite une éventuelle mise en réseau de nanofils dans l'optique d'y développer un processeur quantique. Or, ces matériaux ont, en général, un faible couplage spin-orbite, ce qui rend difficile l'atteinte de la phase topologique sans fermer le gap supraconducteur. En principe, il est possible de faire l'ingénierie d'un couplage spin-orbite à l'aide d'une texture magnétique [18, 23, 57–59]. Cette section a pour objectif de décrire les bases nécessaires à la compréhension de l'origine du couplage spin-orbite induit. La création d'une telle texture à l'aide de réseaux d'aimants optimisés sera par la suite discutée (voir chapitre 2).

Dans le cas d'un système à faible couplage spin-orbite ($\alpha \approx 0$), il est possible de négliger le terme Rashba de l'Hamiltonien (1.8). Toutefois, quand une texture magnétique est ajoutée au système, le terme d'énergie Zeeman doit être modifié tel que

$$\mathcal{H} = \left(\frac{p_x^2}{2m} - \mu \right) \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m(x)) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \Delta \tau_x, \quad (1.11)$$

avec $\mathbf{B}_m(x)$ le champ magnétique non-uniforme produit par la texture magnétique le long du nanofil. Pour comprendre l'équivalence entre ce système et celui avec couplage spin-orbite, il est possible d'effectuer une transformation unitaire qui en chaque point de l'espace modifie l'axe z de la base de spin pour l'aligner avec le champ magnétique [23]. Cette transformation prend la forme

$$U = \exp \left[i \frac{\varphi}{2} \sigma_{xy} \right], \quad (1.12)$$

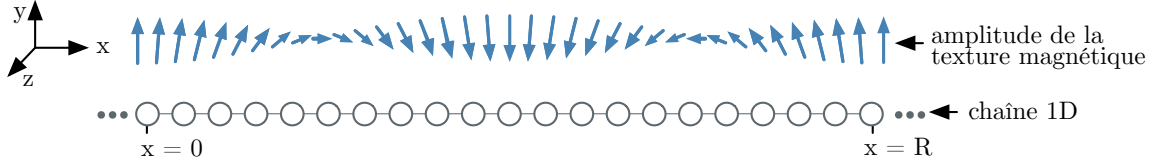


FIGURE 1.4 Schéma d'un champ magnétique de forme spirale. La texture d'amplitude B_s crée un couplage spin-orbite effectif de type Rashba ($\alpha_{\text{eff}} = \hbar/2m^*R$). Ici, le champ magnétique oscille dans le plan x-y.

où

$$\sigma^{xy} = \frac{[\mathbf{B} \times \mathbf{z}]}{|\mathbf{B} \times \mathbf{z}|} \cdot \boldsymbol{\sigma} \equiv \hat{\mathbf{e}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad \varphi = \arccos \frac{\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{z}}}{|\mathbf{B}|}. \quad (1.13)$$

Sous cette transformation unitaire, la partie supraconductrice reste inchangée. L'Hamiltonien (1.11) prend la forme

$$\tilde{\mathcal{H}} = U^\dagger \mathcal{H} U = \left(\frac{p^2}{2m^*} - \mu \right) \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B |\mathbf{B}(x)| \sigma_z \tau_z + \mathcal{H}_\mu + \mathcal{H}_{SO} + \Delta \tau_x, \quad (1.14)$$

$$\mathcal{H}_{SO} = \frac{\hbar^2}{4m^*} \left\{ p, \frac{d\varphi}{dx} \sigma_{xy} + \sin \varphi \frac{d\sigma_{xy}}{dx} + \gamma (\cos \varphi - 1) \sigma_z \right\} \quad (1.15)$$

$$\mathcal{H}_\mu = \frac{\hbar^2}{8m^*} \left[\left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + 2\gamma^2 (1 - \cos \varphi) \right] \tau_z, \quad (1.16)$$

$$(1.17)$$

où $\gamma \mathbf{z} = \hat{\mathbf{e}} \times \hat{\mathbf{e}}'$. \mathcal{H}_{SO} représente un couplage spin-orbite effectif tandis que \mathcal{H}_μ est une renormalisation du potentiel chimique. Le cas d'un champ magnétique de forme spirale ($\mathbf{B}(x) = B_s(\sin(x/R)\hat{\mathbf{x}} + \cos(x/R)\hat{\mathbf{y}})$) est particulièrement simple. Il permet de voir en quoi \mathcal{H}_{SO} et \mathcal{H}_μ sont analogue à un couplage spin-orbite et un potentiel chimique. Ainsi, on a $\phi = x/R$ et $\sigma_{xy} = -\sigma_y$, tel que

$$\mathcal{H}_{SO} = -\frac{\hbar}{2m^*R} \sigma_y p \tau_z, \quad (1.18)$$

$$\mathcal{H}_\mu = \frac{\hbar^2}{8m^*R^2} \tau_z. \quad (1.19)$$

$$(1.20)$$

On remarque que (1.18) est similaire à un couplage spin-orbite de type Rashba avec comme force de couplage $\alpha_{\text{eff}} = \hbar/2m^*R$. Également, l'équation (1.19) représente une contribution supplémentaire au potentiel chimique tel que $\tilde{\mu} = \mu - \hbar^2/8m^*R^2$.

La texture magnétique a également pour effet de modifier la condition topologique. Dans le cas du champ spiral, seulement l'amplitude des oscillations entre en compte. La nouvelle condition s'écrit comme

$$\frac{1}{2}g\mu_B B_s \geq \sqrt{\Delta^2 + \tilde{\mu}^2}. \quad (1.21)$$

De manière plus générale, pour un champ magnétique où $d\sigma_{xy}/dx = 0$, la force du couplage spin-orbite prend la forme

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2m^*} \frac{d\varphi}{dx}. \quad (1.22)$$

Il existe plusieurs avenues pour implémenter expérimentalement ce type de textures magnétique, notamment à l'aide d'atomes magnétiques [18], de domaines magnétiques [19], de réseaux d'aimants [23,24] ou encore avec des jonctions tunnel magnétiques [20–22]. Ces approches permettent de relâcher certaines contraintes liées à l'utilisation de matériaux à fort couplage spin-orbite et plusieurs modèles théoriques ont été proposés pour son implémentation.

L'ajout de microaimant fut d'abord introduit par Flensberg *et. al.*, où un réseau microaimant permet d'atteindre la phase topologique dans un nanofil avec les paramètres de l'InAs en négligeant la contribution du couplage spin-orbite intrinsèque [23]. Maurer *et. al.* ont ensuite étudié l'influence de diverses géométries de réseaux d'aimants sur la structure de bande d'un fil unidimensionnel sans supraconductivité induite [24]. Leur travail a permis de montrer que certaines textures magnétiques ouvrent des «gaps indésirables» dans la structure de bande. L'ouverture de ces gaps réduit la zone d'opération (voir figure 1.2c) en potentiel chimique sur laquelle il est possible d'atteindre la phase topologique. Ces travaux ont également permis de donner une intuition quant à la conception des réseaux. Par ailleurs, Boutin *et. al.* ont développé un algorithme qui permet d'optimiser des textures magnétiques, pouvant également être appliqué à l'optimisation de réseaux d'aimants, pour obtenir un gap topologique maximal [60]. Cet algorithme a été utilisé pour le travail présenté dans la référence [25], ainsi qu'à la section suivante (section 2). Finalement, certains groupes ont étudié le contrôle d'états liés de Majorana à l'aide de textures magnétiques, un jalon important pour des expériences de tressage. Par exemple, Zhou *et. al.* ont proposé théoriquement une architecture permettant le contrôle des états liés de Majorana à l'aide de piliers magnétiques contrôlés électriquement [20].

Pour la suite (Chapitre 2), seule l'approche utilisant des réseaux de microaimants dans des systèmes à faible couplage spin-orbite intrinsèque et faible facteur g sera discutée.

Chapitre 2

Modes de Majorana avec des réseaux d'aimants optimisés

Pour tirer profit des matériaux couramment utilisés en microélectronique, possédant généralement un faible facteur g et un faible couplage spin-orbite intrinsèque, il est nécessaire de faire l'ingénierie d'un tel couplage par l'entremise, par exemple, de l'ajout d'une texture magnétique. Ce chapitre vise à étudier les régimes de paramètres desquels peuvent émerger des états liés de Majorana dans un système avec réseaux d'aimants simples aux dimensions optimisées. Pour ce faire, les trois géométries étudiées seront présentées ainsi que l'architecture envisagée pour l'implémentation expérimentale. Ensuite, la robustesse des états liés de Majorana en fonction des variations de paramètres tels le potentiel chimique, le champ magnétique externe et le gap supraconducteur induit sera traitée. Dans un régime de paramètres expérimentaux optimisés, visant à obtenir la meilleure protection topologique des états liés de Majorana, la robustesse de ceux-ci face au désordre lié au processus de fabrication des microaimants sera exposée. Finalement, l'impact des paramètres de matériaux sur la protection topologique des états liés de Majorana ainsi que l'ajout de réseaux de microaimants dans des systèmes à fort couplage spin-orbite intrinsèque seront discutés. Les résultats présentés ici font l'objet d'un article soumis [25].

Les résultats présentés dans ce chapitre constituent une partie importante du travail de recherche effectuée durant cette maîtrise. Ce volet du projet s'inscrit dans une collaboration entre le groupe du Pr Michel Pioro-Ladrière et du Pr Ion Garate. L'optimisation des réseaux d'aimants est effectuée en collaboration avec Samuel Boutin [60]. Les considérations expérimentales permettant de guider les simulations numériques effectuées reposent sur les travaux de Julien Camirand Lemyre [30].

2.1 Modèle - canal unidimensionnel

Pour étudier l'émergence d'états liés de Majorana dans un système en présence de microaimants, des simulations numériques d'un modèle à une seule sous-bande occupée sont effectuées par souci de simplicité. Des modèles multibandes ont déjà démontré qu'il est possible d'obtenir des états liés de Majorana localisés aux extrémités du système [26, 61, 62]. Dans le cas de systèmes bidimensionnels, un modèle à plusieurs sous-bandes permettrait de prendre en compte le potentiel de confinement dû à l'utilisation de grilles électrostatiques pour former le canal quasi unidimensionnel par exemple. Typiquement, on s'attend à ce que les signatures soient similaires au cas à une seule sous-bande lorsque le nombre de sous-bandes occupées est impair. Dans le cas pair, les modes de Majorana localisés aux extrémités de la chaîne s'annihilent deux à deux. Dans le cas présent, le canal 1D, de longueur L (typiquement $5 \mu\text{m}$) peut, par exemple, être un véritable nanofil ou être le résultat d'un potentiel électrostatique issu d'un patron de grilles placées à la surface d'une hétérostructure semiconductrice [17, 63]. La physique de basse énergie de ce système est décrite par le Hamiltonien (1.11), avec $\mathbf{B}_m(x)$ le champ produit par un réseau de microaimants et \mathbf{B}_0 le champ magnétique externe nécessaire à leur aimantation.

Pour obtenir la distribution d'énergie du système et les fonctions d'ondes des modes d'énergie nulle, le système est discrétisé dans l'espace réel en N sites¹, donnant ainsi

$$H(x) = \begin{pmatrix} H_d(x_0) & H_{hd} & & \\ & H_{hd} & \ddots & \ddots \\ & & \ddots & \ddots & H_{hd} \\ & & & H_{hd} & H_d(x_N) \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

avec la composante diagonale $H_d(x_i) = (2t - \mu)\tau_z + \Delta\tau_x + \mathbf{B}(x_i) \cdot \boldsymbol{\sigma}$ et hors diagonale $H_{hd} = -t\tau_z$ qui sont toutes deux des matrices carrées de dimension quatre, où le terme t est défini comme $t \equiv \hbar^2 N^2 / 2m^* L^2$. Une diagonalisation exacte de ce Hamiltonien permet de trouver les énergies propres et les vecteurs propres du système. En classant les énergies en ordre croissant, on obtient la distribution présentée à la figure 2.1(a). La fonction d'onde des modes de la chaîne unidimensionnelle peut également être tracée. Dans le cas topologique,

1. Typiquement, N est pris égal à 200 pour un fil de $5 \mu\text{m}$, ce qui correspond à un pas de réseau de 25 nm. Une augmentation du nombre de sites dans la chaîne ne devrait pas, dans ce cas particulier, modifier les résultats. Toutefois, le pas du réseau doit être assez petit pour décrire adéquatement les variations de champ magnétique non-uniforme.

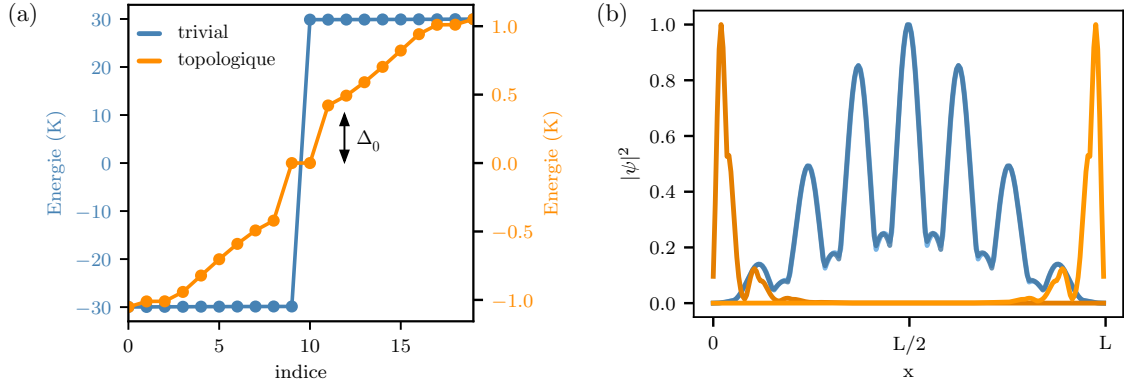


FIGURE 2.1 Signatures des états liés de Majorana dans la chaîne de Kitaev dans le cas trivial et topologique. Les résultats présentés ici sont obtenus à partir de la diagonalisation de l'Hamiltonien (1.8). (a) Distribution des énergies propres de l'Hamiltonien, tracées en ordre croissant, de la chaîne de Kitaev. Dans le cas topologique, deux modes à énergie nulle sont obtenus représentant les états liés de Majorana. La séparation en énergie entre ces modes et le premier état excité est appelé gap topologique (Δ_0). Ici, seulement les 20 modes de plus basse énergie sont tracés pour simplifier l'analyse toutefois, il est à noter que le système comporte $4N$ énergies propres. (b) Fonctions d'ondes des modes d'énergie nulle dans le cas topologique (orange) localisées aux extrémités de la chaîne. Pour le cas trivial, la fonction d'ondes des deux modes de plus petite énergie (en valeur absolue) est tracée.

les fonctions d'ondes des modes d'énergie nulle sont localisées aux extrémités de la chaîne (voir figure 2.1(b)).

2.1.1 Paramètres des matériaux considérés

Dans le Hamiltonien (2.1), plusieurs paramètres sont relatifs aux matériaux. Le facteur g et la masse effective, par exemple, dépendent du matériau semiconducteur considéré, tandis que Δ est lié au matériau supraconducteur utilisé. Le gap supraconducteur dépend également de la méthode employée pour induire de la supraconductivité par effet de proximité dans le système. Finalement, l'amplitude du champ magnétique produit par les aimants résulte de l'aimantation du matériau ferromagnétique utilisé. Pour les sections 2.2-2.4, les choix de paramètres suivants seront effectués.

Matériaux semiconducteurs

Les paramètres de matériaux considérés sont associés au silicium, soit $m^* = 0.2m_e$ où m_e est la masse de l'électron et $g = 2$. Le couplage spin-orbite intrinsèque est négligé [7, 24]. À la section 2.5.1, l'ajout d'un réseau d'aimants à un matériau ayant un couplage spin-orbite intrinsèque sera étudié.

Matériaux supraconducteurs

Dépendamment du matériau semiconducteur utilisé pour former le nanofil ou le gaz d'électrons bidimensionnel (GE2D), plusieurs techniques peuvent être employées pour induire de la supraconductivité dans le canal 1D [28, 29, 64]. En pratique, le gap supraconducteur dépendra de différents facteurs, notamment la qualité de l'interface semiconducteur-supraconducteur, le champ magnétique externe et l'épaisseur du supraconducteur [65]. Étant sensible aux détails expérimentaux, il est difficile d'estimer exactement la valeur obtenue dans une future implémentation expérimentale. Pour ce faire, la convention $\Delta = 16.5 \mu\text{eV}$ ($\approx 200 \text{ mK}$) sera adoptée, ce qui correspond à un gap approximativement deux fois plus faible que celui rapporté pour le silicium dopé à champ nul [29].

Microaimants

Les simulations sont effectuées pour des aimants de cobalt qui produisent une aimantation $M = 1.8 \text{ T}$ parallèle au champ d'aimantation de $|\mathbf{B}_0| > 0.2 \text{ T}$ [66]. Le champ produit par ces aimants peut être calculé analytiquement [67] dans le cas de barreaux ou encore à l'aide de méthodes numériques par éléments finis [68, 69].

2.2 Réseaux de microaimants

Dans ce qui suit, une attention sera portée sur trois géométries au sein desquelles tous les aimants du réseau sont magnétisés dans la direction du champ externe \mathbf{B}_0 . Ce choix de géométrie permet d'obtenir des textures magnétiques oscillantes tout en relâchant certaines contraintes liées aux matériaux. En effet, il est possible d'obtenir des réseaux d'aimants polarisés de façon antiparallèle via l'utilisation d'aimants ayant des courbes d'aimantation différentes [70]. Toutefois, un champ magnétique externe dépassant le champ coercitif alignerait leur aimantation pouvant ainsi détériorer la texture magnétique oscillante nécessaire à l'apparition d'états liés de Majorana.

Les trois géométries considérées (I, II et III) sont illustrées à la figure 2.2(a)-(c). Pour ces trois géométries, le réseau d'aimants est placé sur la surface d'une hétérostructure à gaz bidimensionnel à une distance d au-dessus du plan d'électrons. Des grilles électrostatiques sont placées de part et d'autre d'un réseau d'aimants, également à une distance d du GE2D, et permettent de produire le confinement désiré pour former un canal unidimensionnel. Les trois géométries correspondent à des champs de magnétisation selon les axes x , y et z . Il est à noter que pour la géométrie III, le champ d'aimantation se trouve le long de l'axe

facile des aimants, ce qui représente un avantage puisqu'une plus faible amplitude de B_0 est nécessaire pour atteindre la saturation.

2.2.1 Méthode et contraintes d'optimisation

Chaque réseau d'aimants est optimisé suivant l'algorithme développé par Boutin *et. al.* [60] dans l'optique d'optimiser la protection topologique des modes de Majorana. Plus précisément, l'algorithme minimise l'étendue des fonctions d'ondes d'énergie nulle, ce qui par le fait même maximise le gap topologique.

L'optimisation permet de tenir compte des contraintes de fabrication des réseaux magnétiques par l'implémentation de limites dans le processus d'optimisation. Plus précisément, les dimensions minimales des réseaux, soit h , l , w et d_M ont toutes été fixées supérieures à 50 nm. Également, le rapport $h/\max(l, w)$ est fixé plus petit que l'unité, ce qui assure que la hauteur des aimants ne dépasse pas l'une des dimensions de la base et facilite la fabrication (se référer à la figure 2.2 pour la définition des paramètres) [71, 72].

Bien que les réseaux non périodiques représentent un avantage pour l'atteinte de la phase topologique [60], dans ce qui suit, l'optimisation est limitée à des réseaux périodiques où tous les aimants sont de même dimension. Dans la section 2.4, l'impact des erreurs de fabrication causant des apériodicités du champ magnétique est présenté. Chaque cellule unité des réseaux contient au plus deux aimants (géométrie III). Finalement, le point de départ de chaque optimisation est fixé à $h, l, w, d_M = 500$ nm, ce qui permet à l'algorithme de converger.

Les figures 2.2(d)-(i) montrent les résultats de la procédure d'optimisation pour chaque géométrie en présence d'un champ externe de $|B_0| = 200$ mT nécessaire à l'aimantation des aimants. Ce champ peut engendrer l'apparition de gaps indésirables dans la structure de bande qui réduisent l'étendue de la phase topologique [24]. En effet, ceux-ci scindent la zone grise de la figure 1.2(c) dans laquelle le potentiel chimique doit être placé pour atteindre le régime de supraconductivité topologique effective. Dans le cas des géométries I et III, le processus d'optimisation trouve naturellement des conceptions de réseaux d'aimants dont la texture permet de compenser le champ externe. Par exemple, pour la géométrie III, la configuration optimisée pour un champ magnétique externe de 200 mT, possède une composante B_y d'environ -200 mT. Comme ces deux contributions s'annulent, la moyenne des composantes du champ magnétique total sur une cellule unité reste faible, ce qui est favorable pour limiter l'apparition de gaps indésirables dans la structure de bande [24]. Pour ce qui est de la géométrie II, aucune solution permettant de compenser le champ magnétique

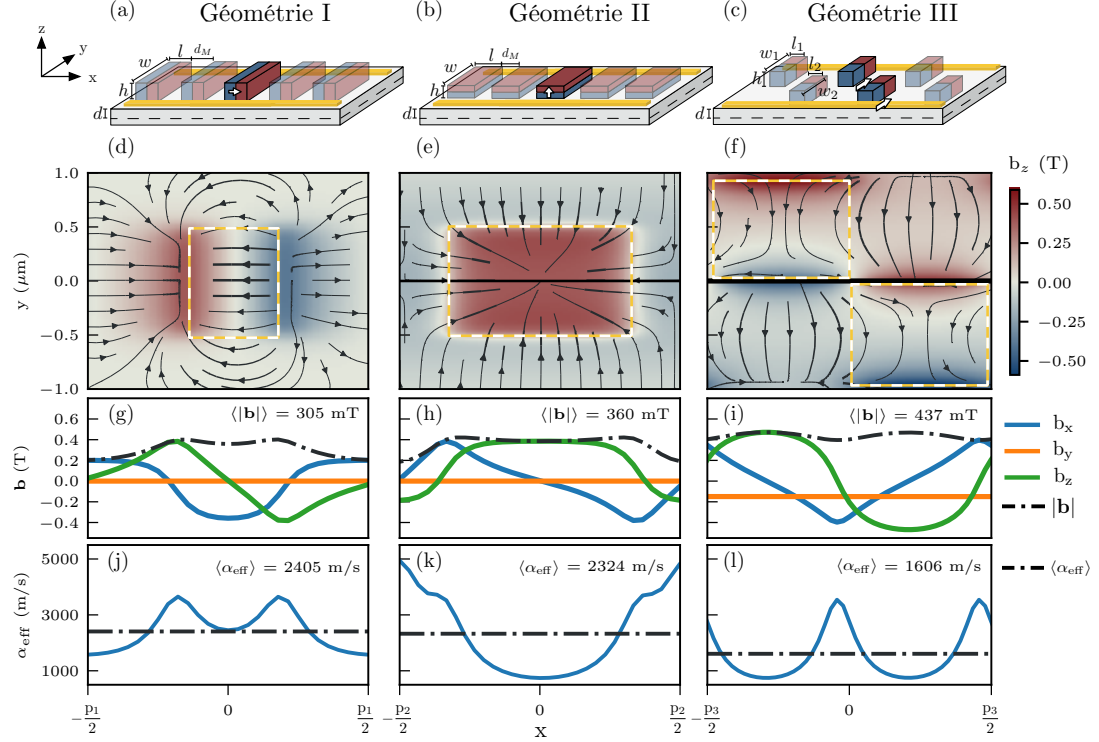


FIGURE 2.2 Schéma des géométries d'aimants optimisées ainsi que l'amplitude du champ magnétique et du couplage spin-orbite effectif. (a-c) Schéma des trois géométries étudiées. Tous les aimants d'une même géométrie sont supposés aimantés dans la même direction et les réseaux possèdent une périodicité p . Les grilles électrostatiques (jaune) permettent de dépeupler le gaz d'électrons bidimensionnel placé à une distance d sous la surface de l'hétérostructure. Un champ magnétique uniforme, parallèle à l'axe d'aimantation des aimants, permet de les magnétiser. (a) Aimants magnétisés selon x avec $l = h = 265$ nm, $w = 1$ μ m, $d_M = 490$ nm et $p = 755$ nm. (b) Aimants magnétisés selon z avec $l = 520$ nm, $w = 1$ μ m, $h = 280$ nm, $d_M = 250$ nm et $p = 800$ nm. (c) Aimants magnétisés selon y avec $l_{1,2} = 575$ nm, $w_1 = 960$ nm, $w_2 = 930$ nm, $h = 575$ nm, $y_1 = 480$ nm, $y_2 = -465$ nm et $p = 1.15$ μ m. (d-f) Lignes de champ magnétique d'une cellule unitaire du réseau. Les couleurs représentent le champ le long de l'axe z . La ligne en $y = 0$ représente la position du fil tandis que les boîtes pointillées jaunes et blanches représentent la position des aimants. (g-i) Trois composantes du champ magnétique le long du canal 1D sans champ externe. La ligne pointillée correspond à l'amplitude du champ magnétique $|B_m|$. (j-l) Couplage spin-orbite effectif créé par le réseau d'aimants. Le couplage effectif moyen est désigné par la ligne pointillée.

externe n'est trouvée par le processus d'optimisation. On s'attend donc à ce que la géométrie II présente une plage d'opération plus restreinte en potentiel chimique.

À partir du champ magnétique non-uniforme, il est possible de calculer le couplage spin-orbite effectif (Eq. (1.22)) tel que démontré à la section 1.4. Les figures 2.2(j)-(l) illustrent les différents profils de couplage spin-orbite calculés sans inclure le champ magnétique externe. Pour toutes les géométries, le couplage spin-orbite moyen est supérieur à 1600 m/s, ce qui correspond à une énergie spin-orbite $E_{SO} \sim 1.5 \mu\text{eV}$ ². Ces valeurs d'énergie spin-orbite sont typiquement plus faibles que celles rapportées pour les nanofils d'InAs [73–77], InSb [78] et Si/SiGe [79,80], soit $E_{SO}^{\text{InAs}} = 15 - 135 \mu\text{eV}$, $E_{SO}^{\text{InSb}} = 0.25 - 1 \text{ meV}$ et $E_{SO}^{\text{Si/SiGe}} = 90 - 600 \mu\text{eV}$. Or, le couplage spin-orbite n'est pas le facteur limitant pour atteindre la phase topologique dans les géométries étudiées (voir section 2.3).

Avantages du processus d'optimisation

Pour illustrer les avantages de la procédure d'optimisation, la figure 2.3 compare le gap topologique en fonction du potentiel chimique pour des variantes de la géométrie I, optimisées et non optimisées. On observe d'abord que l'optimisation permet d'augmenter le gap topologique maximal d'environ un facteur trois et donc la plage en potentiel chimique pour laquelle un gap topologique est observé par rapport à la géométrie initiale. La géométrie initiale est composée d'aimants cubiques ($l, w, h, d_M = 500 \text{ nm}$). On remarque que l'optimisation modifie à la fois l'amplitude de la texture magnétique (taille des aimants) et la période d'oscillation du champ (séparation entre les aimants). En effet, le réseau optimisé possède une cellule unité plus petite que pour la géométrie initiale. Il est naturel de se demander si l'augmentation du gap topologique provient uniquement du fait que le couplage spin-orbite effectif est plus grand (voir figure 2.3(b)). Pour étudier ce point, une comparaison est effectuée entre une géométrie où le réseau possède la même périodicité que la géométrie optimisée, mais où les aimants sont cubiques et la géométrie optimisée. Bien que l'augmentation du couplage spin-orbite pour la géométrie cubique permette d'atteindre un gap topologique plus grand que pour la géométrie initiale, le réseau optimisé donne toutefois de meilleurs résultats.

De la figure 2.3, on remarque que la géométrie optimisée possède une énergie Zeeman moyenne plus grande que pour la géométrie non optimisée. La différence entre ces valeurs n'étant toutefois pas significative, on remarque que l'algorithme d'optimisation n'agit pas uniquement sur ce paramètre.

2. L'énergie spin-orbite est définie comme $E_{SO} = m^* \alpha^2 / 2$.

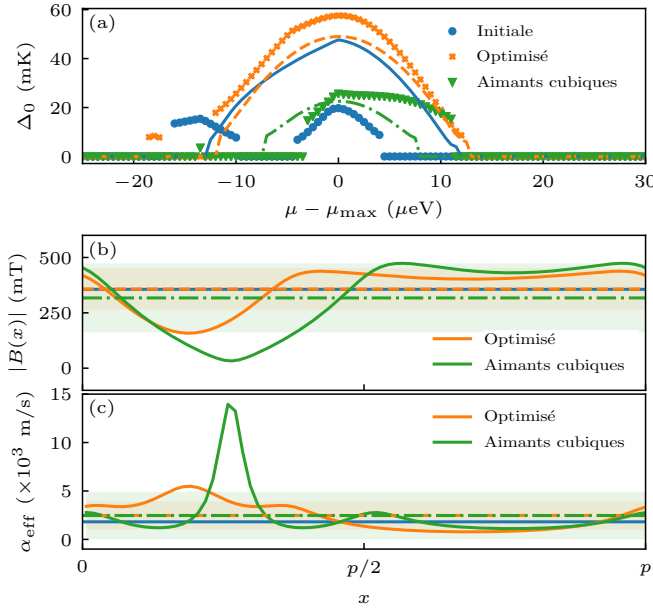


FIGURE 2.3 Gap topologique, amplitude du champ magnétique total et couplage spin-orbite pour la géométrie I optimisée et non optimisée. Les courbes bleue, orange et verte correspondent respectivement au point de départ de l’optimisation et à un réseau d’aimants cubiques ayant la même périodicité que la géométrie optimisée. (a) Gap topologique en fonction du potentiel chimique $\Delta_0 = 0$ indique que le système est dans la phase triviale. μ_{\max} correspond au potentiel chimique pour lequel Δ_0 est maximal. Les marqueurs (cercles, croix, triangles) représentent des simulations effectuées avec réseaux d’aimants tandis que les lignes (pleines et pointillées) correspondent à un champ magnétique de forme spirale dont l’amplitude et la période est prise égale aux valeurs moyenne de $\langle \mathbf{B}(x) \rangle$ et $\langle \alpha_{\text{eff}} \rangle$ du réseau d’aimants. Amplitude du champ magnétique total pour une cellule unité de longueur $p = 755$ nm. c) Amplitude du couplage spin-orbite effectif calculé à partir de (1.22). Les lignes horizontales pointillées indiquent les valeurs moyennes sur une cellule unité, tandis que la ligne bleue représente les valeurs moyennes pour le réseau initial.

Également, en raison de la compensation du champ magnétique externe, le réseau optimisé donne lieu à un profil de champ magnétique plus lisse que le réseau d’aimants cubiques. Ce comportement est aussi observable dans le profil de couplage spin-orbite effectif présenté à la figure 2.3(c). La comparaison avec un champ magnétique parfaitement hélicoïdal (présenté à la section 1.4) est également effectuée. Les paramètres de la spirale (amplitude : B_s et période : R) sont choisis de sorte que $B_s = \langle \mathbf{B}(x) \rangle$ et $R = \hbar/2m^* \langle \alpha_{\text{eff}} \rangle$. On remarque que le réseau optimisé permet d’atteindre une meilleure amplitude de gap topologique, et ce sur une plage de potentiel chimique similaire au profil de champ magnétique spiral (fig. 2.3(a)). Pour les trois géométries étudiées, bien que les résultats ne soient pas exposés ici, l’optimisation permet de faire mieux ou aussi bien qu’un champ parfaitement spirale.

Une fois les géométries optimisées suivant l'algorithme [60], une étude de la protection topologique, soit l'amplitude du gap Δ_0 , en fonction des paramètres du modèle est effectuée. La section suivante présente la robustesse en fonction des paramètres ajustables, soit le potentiel chimique, le champ magnétique externe et le gap supraconducteur.

2.3 Robustesse des états liés de Majorana en présence de variations des paramètres ajustables

En vue d'une éventuelle mise en oeuvre expérimentale, il est nécessaire de savoir si les géométries étudiées permettent d'obtenir des états liés de Majorana robustes à des changements modestes des paramètres variables tels que le potentiel chimique, le champ magnétique externe et le gap supraconducteur. Une précision limitée quant à l'atteinte des valeurs optimisées de ces paramètres pourrait ainsi rendre impossible l'apparition d'états liés de Majorana ou réduire considérablement le gap topologique.

Pour étudier cette robustesse, il est utile de se rapporter aux expressions analytiques valides pour le champ d'une texture magnétique parfaitement hélicoïdale. Dans un nanofil sans couplage spin-orbite intrinsèque, soumis à un champ magnétique spiral et sans champ externe, la condition d'apparition des états liés de Majorana est donnée par

$$\frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{B}_m| \geq \sqrt{|\Delta|^2 + \tilde{\mu}^2}, \quad (2.2)$$

où $\tilde{\mu}$ est le potentiel chimique renormalisé par le couplage spin-orbite effectif et $|\mathbf{B}_m|$ l'amplitude du champ magnétique oscillant (voir figure 1.3). De l'équation 2.2, il est possible de penser que la phase topologique peut être atteinte sur un plus grand interval de potentiel chimique plus l'amplitude du champ magnétique est grande. Cet effet est notamment observé pour les réseaux d'aimants (géométrie III), qui possèdent la plus grande amplitude d'oscillation.

L'intuition développée pour le cas d'un champ hélicoïdal permet de comprendre la dépendance du gap topologique en fonction des divers paramètres variables. L'amplitude de ce gap est $\Delta_0 = \min(\Delta_1, \Delta_2)$, où Δ_1 et Δ_2 sont respectivement les gaps présents dans la structure de bande à $k = 0$ et $k = k_F$ (voir figure 1.3). Suivant la notation utilisée par [81], le gap à $k = 0$, pour $\tilde{\mu} = 0$, est défini comme

$$\Delta_1 = \frac{1}{2}g\mu_B|B - b_c|, \quad (2.3)$$

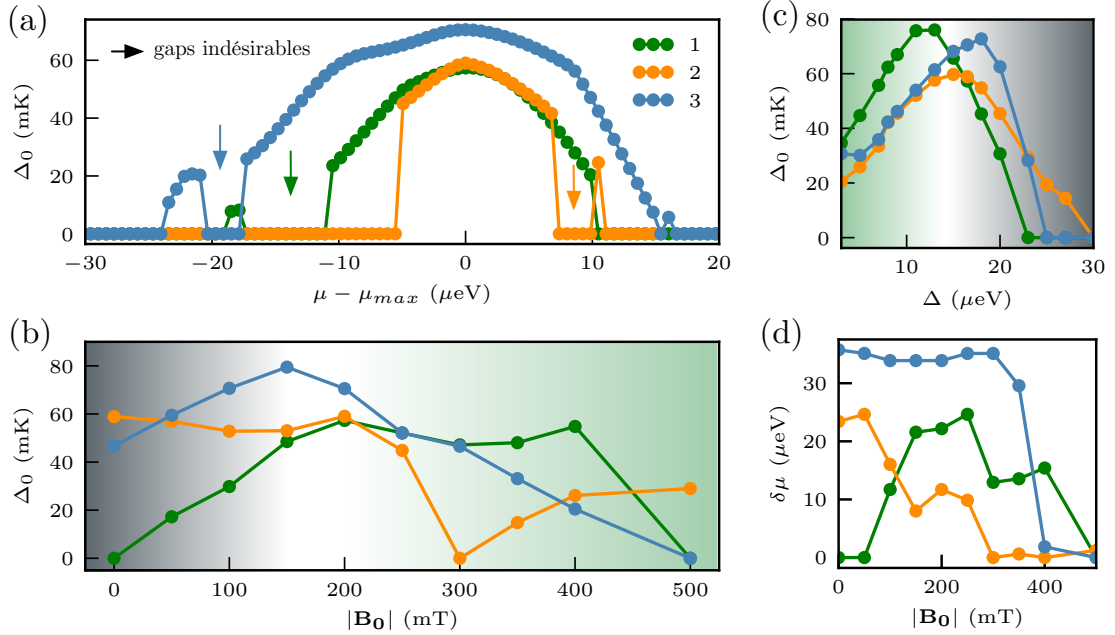


FIGURE 2.4 Robustesse du gap topologique en fonction de la variation du potentiel chimique, du champ magnétique externe et du gap topologique pour les trois géométries. (a) Gap topologique Δ_0 en fonction du potentiel chimique pour un champ magnétique externe correspondant au champ minimal d'aimantation des aimants, soit $B_0 = 200$ mT. Pour chaque géométrie, les courbes sont décalées latéralement de μ_{max} par souci de lisibilité. (b) Dépendance en champ magnétique de Δ_0 à $\mu - \mu_{max} = 0$. (c) Effet du gap topologique en fonction du gap supraconducteur Δ . (d) Dépendance de l'intervalle en potentiel chimique sur lequel $\Delta_0 > 10$ mK, ici noté $\delta\mu$, en fonction du champ magnétique externe. Les zones colorées dans les figures (b) et (c) représentent les régions où le gap est délimité par Δ_1 (gris) ou Δ_2 (vert).

où $b_c = 2\Delta/(g\mu_B)$ est le champ magnétique critique permettant d'atteindre de la phase topologique. Le gap à $k = k_F$ est donné par

$$\Delta_2 \approx \frac{2\Delta}{\left[2 + \sqrt{(g\mu_B B/2)^2/E_{SO}^2 + 4}\right]^{1/2}} \quad (2.4)$$

où $E_{SO} = m^*\alpha_{\text{eff}}^2/2$ représente l'énergie due au couplage spin-orbite.

La variation du gap topologique en fonction des divers paramètres décrit par les équations 2.3 et 2.4 pour un champ hélicoïdal est également observée pour des réseaux d'aimants. Dans la phase topologique, mais près de la transition ($|\mathbf{B}_m| \approx b_c$) le gap topologique est limité par Δ_1 . Plus loin dans la phase topologique, pour $g\mu_B B \gg \Delta$, le gap topologique devient limité par Δ_2 . Ce dernier effet résulte d'une réduction du gap supraconducteur de symétrie p due à l'alignement des spins à $\pm k_F$ lorsque le champ magnétique externe

augmente.

Tel qu'illustré à la figure 2.4, les géométries I et III sont limitées à bas champ par Δ_1 . Ainsi, l'ajout d'un champ externe, nécessaire à l'aimantation du réseau d'aimants, permet d'amener le système dans la phase topologique. Lorsque le champ externe augmente davantage, le gap topologique devient limité par Δ_2 et diminue. Pour la géométrie II, la combinaison du couplage spin-orbite effectif et du champ magnétique non-uniforme permet d'avoir $\Delta_1 > \Delta_2$ à $B_0 = 0$ T. Ceci signifie que le gap topologique est limité par Δ_2 . Cet effet se concrétise par le fait qu'à faible champ magnétique, Δ_0 est relativement constant. Il est à noter que pour toutes les géométries la relation, $\Delta_0(B_0)$ devient complexe plus le champ magnétique externe augmente due à l'apparition de gaps indésirables dans la structure de bande.

2.3.1 Apparition de gaps indésirables

Tel que démontré par Maurer *et. al.* [24], un champ magnétique moyen non nul pour chaque composante à l'intérieur d'une cellule unité du réseau d'aimants a pour effet de modifier la structure de bande et d'y ouvrir des gap indésirables réduisant la plage d'opération en potentiel chimique où peuvent apparaître des états liés de Majorana. Dans les simulations effectuées, où Δ_0 est calculé en fonction du potentiel chimique, cet effet se traduit par des régions en μ où aucun mode d'énergie zéro n'est observé, et est ici représenté par $\Delta_0 = 0$ (voir figure 2.4(a)). Lorsque le potentiel chimique est placé dans un gap indésirable, le fil retombe dans l'état trivial.

Pour les trois géométries, l'ajout d'un champ magnétique externe décale le champ moyen de l'une des composantes sur une cellule unité pouvant rendre $\langle \mathbf{B}_j(x) \rangle \neq 0$, avec $j \in \{x, y, z\}$. Compte tenu de la discussion de la figure 2.2(g-i), l'effet d'un champ magnétique externe devrait être plus important, lorsque celui-ci dépasse le champ d'aimantation, pour la géométrie II où la texture magnétique ne permet pas de compenser B_0 . La géométrie II possède une plage de potentiel chimique sur laquelle la phase topologique est plus restreinte que pour les autres géométries. Ceci est mis en évidence par $\delta\mu(|\mathbf{B}_0|)$, soit l'intervalle de potentiel chimique sur lequel $\Delta_0 > 10$ mK. Des marches claires sont observées à la figure 2.4(d), ce qui témoigne de l'ouverture de gaps indésirables dans la structure de bande. Pour la géométrie II, la réduction de $\delta\mu$ est la plus rapide en champ magnétique alors que pour la géométrie III, le comportement est stable jusqu'à un champ magnétique externe de 400 mT.

2.3.2 Influence du gap supraconducteur

Dans les matériaux à faible facteur g , l'interrelation entre Δ_0 et Δ est cruciale pour l'observation d'états liés de Majorana (voir figure 2.4). Toutes les géométries montrent des états liés de Majorana robustes (sur une plage d'environ $20 \mu\text{eV}$) pour des valeurs de gap supraconducteur proches de celles rapportées expérimentales dans le silicium (et d'autres matériaux à faible facteur g), à champ externe nul [29]. Loin du croisement entre les régions limitées par Δ_1 et Δ_2 , le gap topologique varie linéairement avec Δ . Cela correspond au comportement attendu pour un fil uniforme. Cependant la présence d'inhomogénéités dans le champ magnétique des aimants se traduit par l'obtention d'une pente différente de $\Delta_0(\Delta)$ dans la région limitée par Δ_1 (zone grise) pour chacune des géométries.

L'influence des divers paramètres variables sur la protection topologique des états liés de Majorana permet de développer une intuition sur les matériaux à choisir ainsi que les facteurs pouvant empêcher leur émergence en vue d'une éventuelle implémentation expérimentale. Dans la prochaine section, dans un régime de paramètres optimisés, l'étude de la présence de désordre dans les textures magnétiques est étudiée.

2.4 Modes de Majorana avec réseaux d'aimants désordonnés

Dans les dispositifs réels, les processus de fabrication peuvent mener à des erreurs dans la configuration des réseaux de microaimants et donner lieu à des profils de champ magnétique non périodiques. Dans cette section, la robustesse des états liés de Majorana est discutée en présence de désordre dans les dimensions des aimants du réseau. Plus précisément, cette robustesse est étudiée via deux grandeurs caractéristiques : (i) la variation du gap topologique (Δ_0) et (ii) la séparation en énergie des deux états à énergie nulle (ϵ_M) qui peut émerger d'une hybridation de la fonction d'ondes des modes d'énergie nulle.

Pour modéliser l'effet des erreurs de fabrications, une erreur dans la taille et la position de chaque aimant est appliquée suivant une distribution gaussienne centrée autour des valeurs optimisées, avec un écart type de 20 nm. La déviation sur la hauteur de tous les aimants au sein d'un réseau est prise constante. Ce choix provient du fait que la déposition du matériau ferromagnétique est supposée faite en une seule étape de fabrication. Le potentiel chimique le long du fil est maintenu constant, à la valeur optimisée préalablement pour un réseau sans désordre.

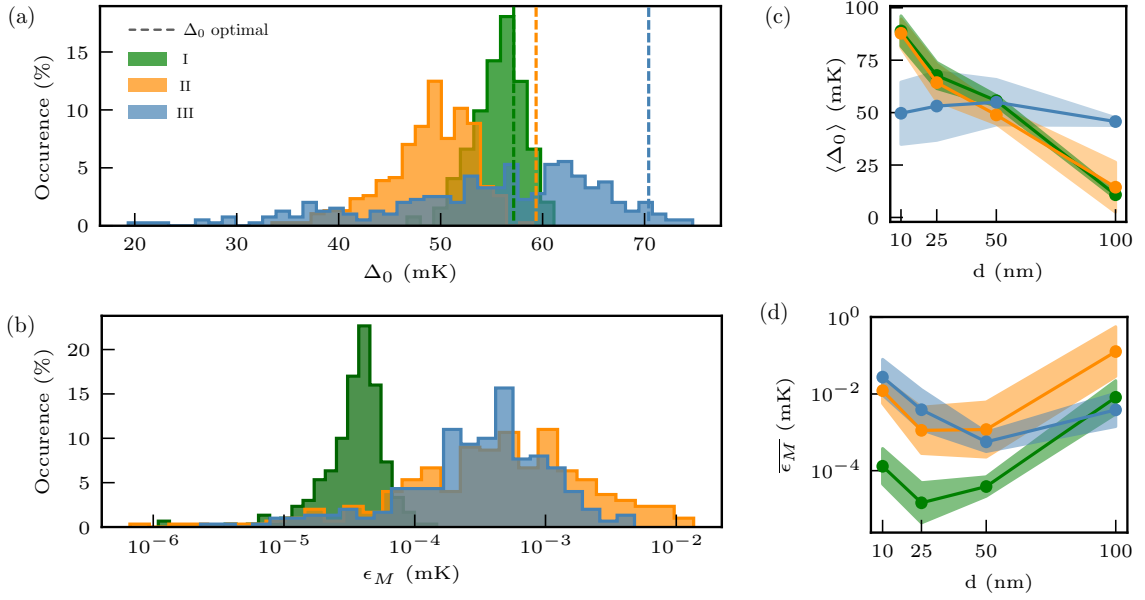


FIGURE 2.5 Impact des erreurs de fabrication sur les caractéristiques des états liés de Majorana avec réseaux d'aimants optimisés. Les histogrammes compilent les résultats pour (a) le gap topologique Δ_0 et (b) la séparation en énergie des modes d'énergie zéro ϵ_M pour 300 réalisations de réseaux désordonnés. (c) et (d) Valeurs moyennes de Δ_0 et ϵ_M respectivement pour des réalisations de désordre dans les réseaux d'aimants optimisés à différente profondeur de GE2D. Les zones ombragées représentent l'écart type des distributions.

Bien que le champ électrique du réseau d'aimants et des grilles électrostatiques soit susceptible d'invalider cette simplification, le gap topologique est très peu affecté par des fluctuations lentes du potentiel chimique. En effet, des simulations ont permis de démontrer que lorsque le potentiel chimique varie dans l'espace de façon périodique le gap topologique est peu affecté tant que l'amplitude des variations ne dépasse pas la valeur optimisée du potentiel chimique. Cette variation est modélisée par $\mu(x) = \mu_{max} + \varepsilon \sin(2\pi x/R)$, avec ε l'amplitude des oscillations et R la période d'oscillation du champ magnétique non-uniforme. Cet effet est attendu puisque l'étendue de la phase topologique en potentiel chimique est de taille finie (voir figure 2.4(a)).

2.4.1 Effet du désordre sur Δ_0

Les figures 2.5(a-b) démontrent l'influence du désordre dans les réseaux d'aimants sur la protection topologique des états liés de Majorana. Il est possible de constater que certaines géométries sont plus robustes au désordre (géométries I et II comparativement à la géométrie

III). L'influence du désordre peut être comprise simplement en se référant aux figures 2.2(a)-(c). En effet, pour les géométries I et II, la variation spatiale du champ magnétique de part et d'autre du fil est faible, tandis que pour la géométrie III, un déplacement de 100 nm des aimants selon l'axe y rend le champ pratiquement nul en $y = 0$. Par ailleurs, pour les géométries I et III, certaines configurations d'erreurs de fabrication peuvent mener à une augmentation du gap topologique. Notons cependant que, pour toutes les géométries, le cas optimisé sans désordre permet d'obtenir un gap topologique supérieur au gap topologique moyen en présence d'erreurs.

2.4.2 Effet du désordre sur ϵ_M

L'ajout d'apériodicité dans la texture magnétique a un effet sur la localisation des fonctions d'ondes des modes d'énergie nulle. Cet effet est illustré par l'hybridation des modes ϵ_M due au chevauchement des fonctions d'ondes. De la figure 2.4(c) et (d), on remarque que la géométrie I est la plus robuste à ces erreurs de fabrication. En effet, elle possède une distribution moins large comparativement aux géométries II et III. Bien que la géométrie II possède une distribution plus localisée en ce qui a trait au gap topologique par rapport à la géométrie III, elle possède la distribution de ϵ_M la plus étendue. Comme il a été montré par [60], il existe en effet des configurations de textures magnétiques conférant des gaps topologiques similaires pour différentes localisations de fonction d'ondes.

2.4.3 Effet de la profondeur du GE2D

Il s'avère que les détails de l'hétérostructure considérée, notamment la distance entre le GE2D et les aimants, affectent grandement la protection topologique d'états liés de Majorana. Pour chaque point de la figure 2.4 (c) et (d), une optimisation des réseaux d'aimants est effectuée. Une diminution de la profondeur du GE2D permet en principe d'augmenter l'amplitude d'oscillation du champ magnétique ainsi que le couplage spin-orbite effectif (voir tableau 2.1). Pour la géométrie III, cela a pour effet d'augmenter la sensibilité au désordre des réseaux d'aimants dans la distribution de Δ_0 .

2.4.4 Matériaux à faible facteur g

Pour la géométrie I qui possède une bonne résilience face au désordre des réseaux d'aimants (Δ_0 et ϵ_M), une distance $d > 50$ nm est peu avantageuse. Toutefois, pour un GE2D près de la surface, elle permet d'atteindre un gap topologique $\Delta_0 \approx 90$ mK. Sa robustesse reste

cependant avantageuse pour toutes les profondeurs de GE2D étudiées. Quant à la géométrie III, bien qu'elle soit plus sensible aux désordres pour $d = 50$ nm, Δ_0 est relativement constant. De ce fait, à $d > 50$ nm, elle présente des avantages comparativement aux autres géométries.

Tableau 2.1 Gap topologique (Δ_0) et séparation en énergie des modes d'énergie zéro (ϵ_M) pour un réseau avec et sans désordre, avec $d = 50$ nm. Pour les réseaux sans désordre, les valeurs optimales sont notées Δ_0^{opt} et ϵ_M^{opt} . Pour les réseaux désordonnés, les valeurs moyennes $\overline{\Delta_0}$ et σ_{Δ_0} sont présentées.

Geom.	Δ_0^{opt} (mK)	$\overline{\Delta_0}$ (mK)	σ_{Δ_0} (mK)	ϵ_M^{opt} (nK)	$\overline{\epsilon_M}$ (nK)	σ_{ϵ_M} (nK)
I	57	56	3	56	78	36
II	59	49	4	580	2400	4000
III	70	55	11	1200	1120	1320

2.4.5 Identification d'une géométrie optimale

Compte tenu des aspects présentés ci-haut, une bonne géométrie est qualifiée autant par l'apparition d'un large gap topologique que par sa résilience au désordre induit pas les processus de fabrication. Suivant ces éléments, la géométrie II ne représente aucun avantage par rapport aux géométries I et III. Ensuite, selon la précision des procédés de fabrication, il pourrait être judicieux de choisir une géométrie pour laquelle le gap topologique est le plus élevé (géométrie III) ou encore une géométrie simplifiée permettant une bonne robustesse (géométrie I) malgré un gap topologique plus restreint. Toutefois, en fonction de la profondeur du GE2D, le choix de la meilleure géométrie pourrait être modifié.

2.5 Influence des paramètres de matériaux

Dans les sections précédentes, l'accent a été mis sur les réseaux d'aimants optimisés et leur résilience au désordre causé par de possibles erreurs de fabrication, avec les paramètres pertinents pour des hétérostructures de silicium. Dans le modèle considéré, modélisé par le Hamiltonien (1.11), le choix du matériau est pris en compte dans les valeurs de masse effective (m^*), de facteur g (g) et de couplage spin-orbite (α). Le gap supraconducteur induit par effet de proximité est traité comme un paramètre phénoménologique. À la section 2.5.1, l'ajout d'un réseau d'aimants à des matériaux à fort couplage spin-orbite est présenté.

Un espace de paramètres près des paramètres du silicium a d'abord été exploré, ce qui est pertinent pour les semiconducteurs à faible couplage spin-orbite ($\alpha \approx 0$). À la figure 2.6 le régime de paramètres explorés permet d'identifier le gap topologique pour divers matériaux tels que le Si, Ge et les nanotubes de carbones. Pour les nanotubes de carbone, les détails de l'enroulement pourraient changer l'emplacement du marqueur. Également, en pratique, il est possible de se déplacer légèrement dans cet espace de paramètres par une renormalisation dû à des effets de confinement ou d'hybridation à un supraconducteur [82].

Influence du facteur g : L'influence du facteur g sur le gap topologique est due au fait que l'inversion de bande menant à l'apparition d'états liés de Majorana est contrôlée par l'énergie Zeeman. Plus le facteur g est élevé, plus le champ magnétique nécessaire au respect de la condition topologique est faible (voir équation (1.10)). Or, à trop grande énergie Zeeman, le gap topologique devient limité par la force du couplage spin-orbite effectif qui lui dépend de la masse effective, ce qui explique la présence du plateau dans la figure 2.6(b).

Influence de la masse effective : La force du couplage spin-orbite est inversement proportionnelle à la masse effective des électrons dans le matériau semiconducteur (voir équation (1.22)). Lorsque le gap topologique n'est pas limité par l'énergie Zeeman, une diminution de la masse effective permet d'augmenter la protection des modes d'énergie zéro (voir figure 2.4).

Compte tenu de l'influence de ces deux facteurs, un large facteur g combiné à une faible masse effective (coin inférieur droit) permet d'obtenir une meilleure protection topologique. Le silicium ne représente donc pas un matériau optimal. Toutefois, un gap $\Delta_0 > 50$ mK est observé, soit environ sept fois plus élevé que la température de base d'un réfrigérateur à dilution [85]. Notons également qu'il existe des régions où même après le processus

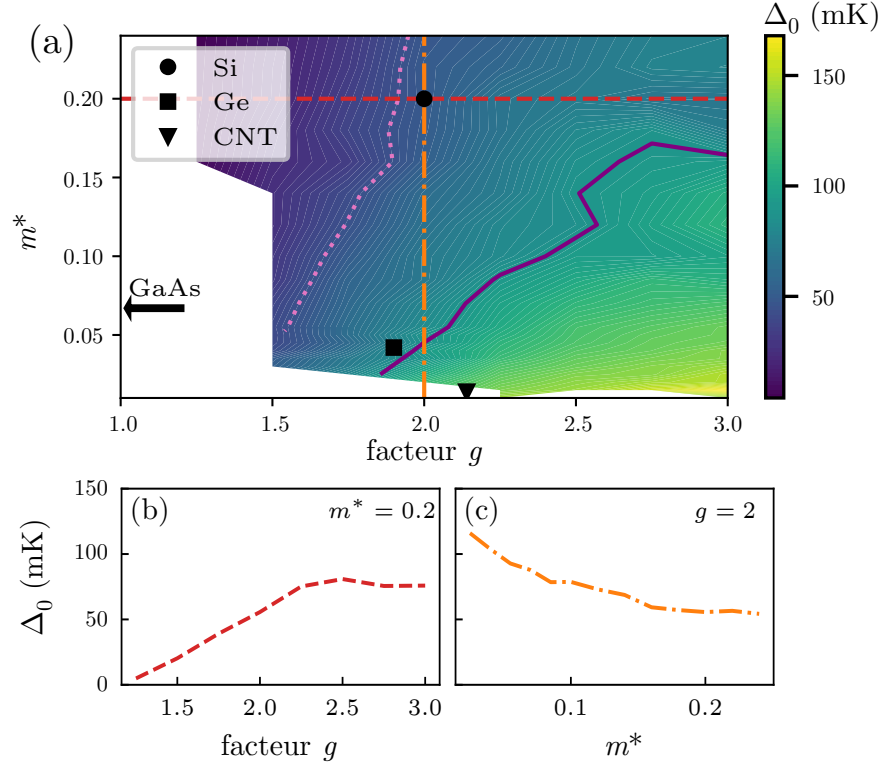


FIGURE 2.6 Étude du gap topologique en fonction des paramètres de matériaux. (a) Gap topologique pour des réseaux d'aimants optimisés (géométrie I, voir figure 2.2) en fonction de la masse effective m^* et du facteur g . La courbe pointillée violet clair (solide foncé) est un contour avec Δ_0 constant correspondant à $\Delta_0 = 50(100)$ mK. Chaque point du panneau (a) est le résultat d'une optimisation indépendante du réseau d'aimants avec comme point de départ un réseau d'aimants cubiques. Les régions blanches signifient que l'optimisation n'a pas permis de trouver une solution dans la phase topologique. Les marqueurs indiquent des valeurs de paramètres expérimentaux pour les nanotubes de carbone (CNT) [83], le germanium (Ge) [84], le silicium (Si) et l'arséniure de gallium (GaAs). Les courbes pointillées rouges (orange) indiquent les coupes pour la masse effective (facteur g) du silicium tracé sur les panneaux (b) et (c).

d'optimisation des réseaux d'aimants, aucune solution où des modes d'énergie nulle ne sont observés, comme pour le GaAs.

L'ajout de microaimant à des matériaux à faible facteur g offre un nouveau terrain de jeu à l'étude d'états liés de Majorana dans les systèmes solides. Or, il est également pertinent de savoir si ces réseaux d'aimants aident les performances des systèmes les plus avancés de ce domaine, soit les nanofils à fort couplage spin-orbite. Pour ce faire, l'analyse de cette section est étendue aux canaux unidimensionnels d'InAs.

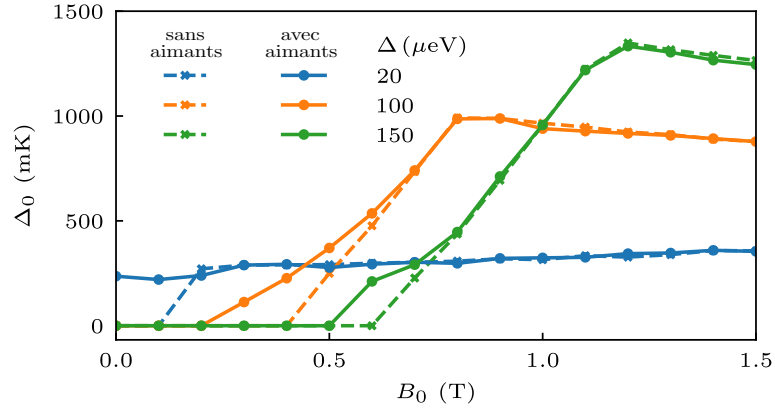


FIGURE 2.7 Effet de l'ajout de microaimants à un système à fort couplage spin-orbite intrinsèque. Gap topologique pour canal 1D avec les paramètres de l'InAs avec (cercles, lignes pleines) et sans (croix, lignes pointillées) réseau d'aimants optimisé. Chaque point correspond au résultat d'une optimisation indépendante de la géométrie I (voir figure 2.2). Les paramètres du fil de $L = 5 \mu\text{m}$ d'InAs sont $m^* = 0.023m_e$, $g = 8$ et le couplage spin-orbite intrinsèque $\alpha = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$ [73,74].

2.5.1 Ajout de réseaux d'aimants aux systèmes à fort couplage spin-orbite

Précédemment, l'ajout de réseaux d'aimants à des matériaux à fort couplage spin-orbite a été considéré. Plus précisément, le cas où la texture magnétique agit en coopération avec le couplage spin-orbite intrinsèque est étudié.

La figure 2.7 présente le gap topologique en fonction du champ magnétique externe pour diverses valeurs de gap topologique avec et sans coopération entre le couplage spin-orbite et une texture magnétique. On remarque qu'en général, cette coopération permet d'atteindre la phase topologique à plus bas champ magnétique externe. Toutefois, à haut champ, aucune contribution du réseau d'aimants n'est observée. Cet effet pourrait être particulièrement intéressant dans un contexte de nanocircuits hybrides impliquant une intégration de circuits supraconducteurs à des dispositifs de qubits de Majorana [13,86–88]. Il est à noter cependant que les aimants requièrent un champ magnétique externe d'au moins $|B_0| \geq 200 \text{ mT}$ pour être complètement aimantés et que des aimants monodomains seraient mieux adaptés à une telle architecture.

2.6 Perspectives

Les résultats présentés dans ce chapitre ne visent pas directement une implémentation expérimentale puisque plusieurs paramètres sont encore inconnus tels que le gap supraconducteur dans le silicium ou couplage spin-orbite réel produit par le réseau d'aimants. Toutefois, ces travaux permettent de donner une intuition sur la sensibilité des états liés de Majorana face aux divers paramètres ajustables du modèle. Également, l'étude du désordre des réseaux d'aimants permet de mettre en lumière certaines textures magnétiques qui réduisent significativement la protection topologique en présence de petites variations spatiales. Cette étude permet de guider les choix de géométries en vue d'une éventuelle implémentation expérimentale. Finalement, l'étude en fonction des paramètres de matériaux démontre la possibilité d'obtenir des états liés de Majorana dans certains matériaux à faible facteur g .

Chapitre 3

Caractérisation d'un couplage spin-orbite produit par un microaimant

Le couplage spin-orbite étant un ingrédient important pour la conduite d'expériences d'états liés de Majorana dans les systèmes solides, il est important de mesurer expérimentalement cette quantité. Pour ce faire, plusieurs techniques peuvent être employées, notamment des mesures d'antilocalisation faible [78], de conductance d'un nanofil [89] ou de focalisation magnétique [31, 90–94]. Dans ce chapitre, il sera question de la mesure de focalisation magnétique. Dans le cas présent, le couplage spin-orbite sera généré à l'aide d'une texture magnétique due à l'ajout d'un microaimant au système. Les bases de la mesure de focalisation magnétique avec et sans couplage spin-orbite seront d'abord exposées. Finalement, une méthode de polarisation des contacts en spins, permettant de confirmer que les signatures observées sont dues au couplage spin-orbite, sera exposée.

3.1 Focalisation magnétique

Il est reconnu que la trajectoire de particules chargées soumises à un champ magnétique est modifiée suivant une orbite cyclotron. L'expérience de focalisation magnétique consiste à faire dévier des électrons entre deux contacts (injecteur :#1 et détecteur :#3) tels que présentés à la figure 3.1. Lorsque qu'un champ magnétique externe perpendiculaire au plan du GE2D est appliqué, la condition de focalisation peut être atteinte. Ainsi, un pic dans le signal mesuré au détecteur devrait être observé. La condition de focalisation correspond au point où le diamètre de l'orbite cyclotron ($2R_c$) est égal à la distance entre les deux contacts (L). De manière générale, des pics à des multiples entiers du champ de focalisation devraient également être observés, correspondant à une double orbite et ainsi de suite (voir ligne pointillée de la figure 3.1).

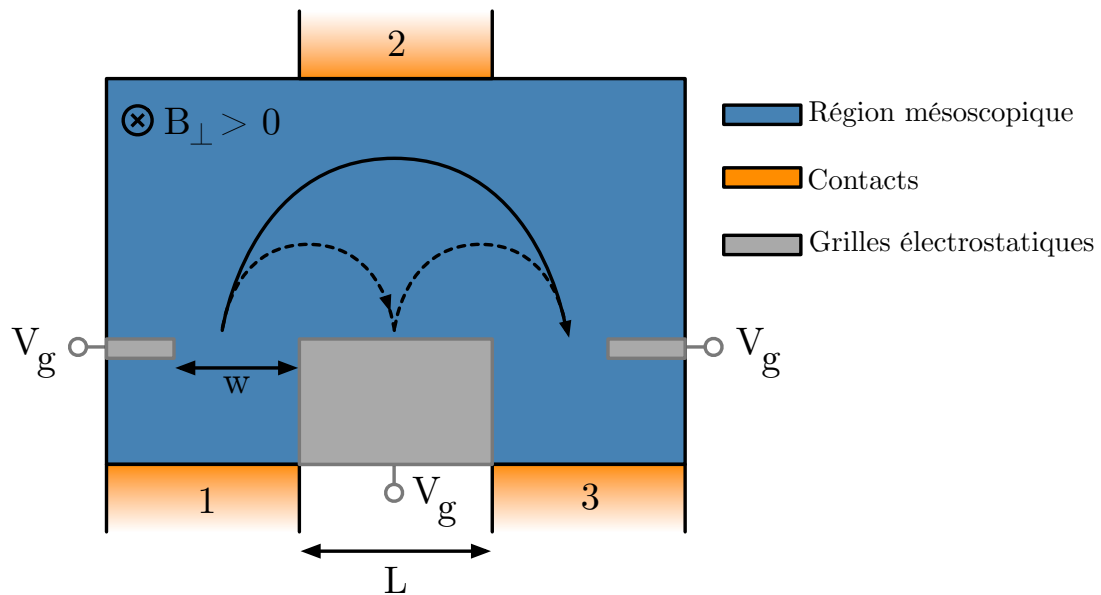


FIGURE 3.1 Géométrie d'un système de focalisation magnétique. Les zones orange représentent des contacts semi-infinis qui agissent comme injecteurs de courant (#1) et sondes de voltage (#2 et #3). Les flèches pleines et pointillées représentent la trajectoire des électrons décrite par une orbite cyclotron due au champ magnétique transverse B_{\perp} . Ici, $|B_{\perp}| > 0$ représente un champ magnétique qui entre dans plan de GE2D. Les grilles électrostatiques, dans ce modèle, définissent des frontières supplémentaires pour le système. En pratique, ces grilles, alimentées d'une tension V_g permettent de créer le confinement nécessaire à la formation de points de contact quantiques.

Le rayon cyclotron est donné par

$$R_c = \frac{m^* v_F}{e B_{\perp}}, \quad (3.1)$$

où m^* est la masse effective des électrons et v_F la vitesse de Fermi. Comme la condition de focalisation correspond à $R_c = L/2$, la valeur du champ de focalisation est donnée par

$$B_f = \frac{2m^* v_F}{eL}. \quad (3.2)$$

3.1.1 Focalisation magnétique dans le formalisme de Landauer-Buttiker

La démarche présentée ici consiste à décrire le système étudié dans le formalisme de Landauer-Buttiker [95]. Cette approche sera particulièrement pertinente pour le chapitre 5, où des simulations de transport quantique seront présentées. Le système est représenté schématiquement par une région mésoscopique (zone bleue) avec des contacts (zones orangées) qui sont des sources de courant ou des sondes de tension telles qu'illustrées à la figure 3.1. Dans ce qui suit, le contact #1 agit comme une source de courant tandis que les contacts #2 et #3 sont des sondes de potentiel. Le signal mesuré, appelé la résistance de focalisation (R_f), est proportionnel à la différence de potentiel $\Delta V = V_3 - V_2$, où V_i est le potentiel au contact # i .

La résistance de focalisation s'exprime comme suit

$$R_f = \frac{\Delta V}{I_1} = \frac{\mu_3 - \mu_2}{e I_1}, \quad (3.3)$$

où I_i est le courant mesuré au contact # i et μ_i le potentiel chimique du contact # i . La relation $V_i = \mu_i/e$ est utilisée.

Ici, quelques simplifications peuvent être effectuées. D'abord, la référence de potentiel peut être prise à n'importe quel contact. Dans le cas présent, le choix de $V_2 \equiv 0$ est effectué, ce qui est généralement le cas dans une expérience où V_2 est directement connecté à la masse. Également, le contact #3 est considéré comme une sonde de potentiel parfaite, entraînant la relation $I_3 = 0$. En vertu de la conservation du courant ($I_1 + I_2 + I_3 = 0$), on obtient $I_1 = -I_2 \equiv I$. Ainsi, l'expression (3.3) prend la forme

$$R_f = \frac{\mu_3}{eI}. \quad (3.4)$$

Il suffit maintenant d'obtenir une équation pour μ_3 . Toujours en suivant le formalisme de

Landauer-Buttiker, le courant est obtenu pour chaque contact en fonction des coefficients de transmission du contact $j \rightarrow i$ (T_{ij}) et des potentiels chimiques (μ_i) suivant l'équation

$$I_i = \frac{2e}{h} \sum_{j \neq i} [T_{ji}\mu_i - T_{ij}\mu_j]. \quad (3.5)$$

Sous forme matricielle, cette dernière expression prend la forme

$$\begin{pmatrix} I \\ -I \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{2e}{h} \begin{pmatrix} T_{21} + T_{31} & -T_{12} & -T_{13} \\ -T_{21} & T_{12} + T_{32} & -T_{23} \\ -T_{31} & -T_{32} & T_{13} + T_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ 0 \\ \mu_3 \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

où les substitutions relatives au problème étudié sont effectuées. De ce système d'équations, on trouve d'abord une expression pour μ_1 en fonction de μ_3 , soit

$$\mu_1 = \frac{T_{13} + T_{23}}{T_{31}} \mu_3. \quad (3.7)$$

Également on trouve

$$I = \frac{2e}{h} [(T_{21} - T_{31})\mu_1 - T_{13}\mu_3]. \quad (3.8)$$

En substituant cette dernière équation (3.8) dans (3.7), on obtient une expression pour le signal de focalisation magnétique qui dépend uniquement des transmissions entre les diverses paires de contacts,

$$R_f = \frac{h}{2e^2} \frac{T_{31}}{T_{21}T_{13} + (T_{21} + T_{31})T_{23}}. \quad (3.9)$$

Notons que les coefficients de transmission sont proportionnels à la conductance suivant $T_{ij} = 2e^2 G_{ij}/h$. Bien qu'il est difficile de comprendre le comportement exact de la résistance de focalisation magnétique en fonction du champ magnétique à partir de (3.9), cette expression sera très importante pour le chapitre 5. En effet, puisque le module de simulations numériques de transport quantique utilisé permet d'identifier les coefficients T_{ij} , le signal de focalisation magnétique peut être obtenu simplement. La dérivation de la résistance R_f est basée sur [95–98].

On s'attend toutefois à ce que G_{31} dépende du champ magnétique, lorsque celui-ci est

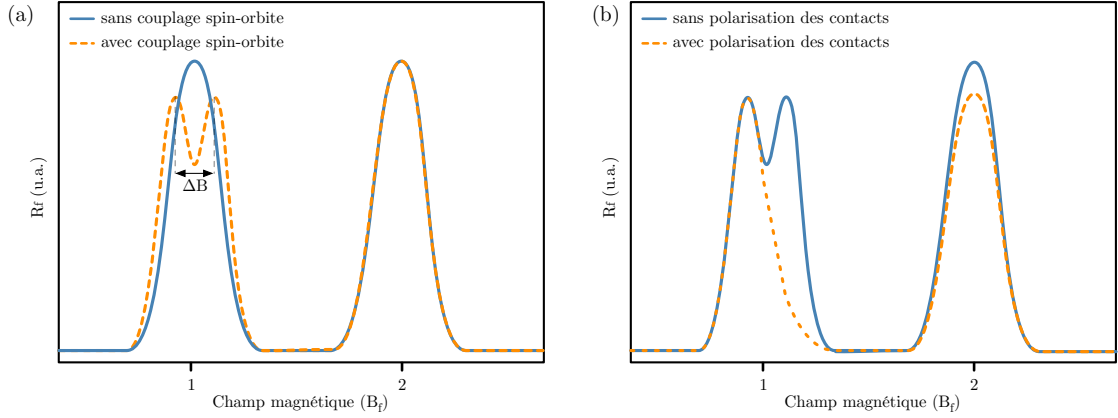


FIGURE 3.2 Schéma du signal de focalisation magnétique (R_f) en fonction du champ magnétique externe perpendiculaire au plan du gaz d'électrons bidimensionnel. La courbe bleue représente le signal de focalisation pour un système sans couplage spin-orbite, comparativement au premier pic de focalisation magnétique pour un couplage spin-orbite non nul où l'on observe une séparation en champ magnétique ΔB (orange). Il est à noter que l'amplitude des pics sur le schéma est arbitraire et ne devrait pas représenter les résultats expérimentaux de manière exacte. Avec un couplage spin-orbite, le premier pic de focalisation centré en $B = B_f$ devrait également se reproduire pour des multiples du champ de focalisation magnétique.

positif puisque les électrons seront déviés de l'injecteur au détecteur ($1 \rightarrow 3$). Pour la même raison, on s'attend à ce que G_{13} soit négligeable. Également, pour un champ magnétique négatif, les électrons seront diviés loin du détecteur et G_{31} devrait aussi être négligeable. Notons qu'expérimentalement, la conductance des contacts est choisie égale à $2e^2/h$. Cette conductance peut être ajustée via un changement de tension des grilles électrostatiques.

Typiquement, le signal de focalisation magnétique devrait avoir la forme présentée à la figure 3.2. Sans couplage spin-orbite, un seul pic devrait être observé à $B_{\perp} = nB_f$ avec n un nombre entier positif. Aux chapitres 4 et 5, des mesures expérimentales seront présentées ainsi que des simulations numériques qui possèdent cette signature.

Également, pour observer un signal de focalisation magnétique dont l'amplitude est comparable à celle attendue, la distance parcourue par les électrons entre l'injecteur et le détecteur doit être beaucoup plus petite que le libre parcours moyen donné par $l_{pm} = \sqrt{2\pi n_{2D}} \hbar \mu / e$ où n_{2D} est la densité électronique dans le GE2D et μ la densité électronique. Dans le cas où le signal est dégénéré en spin, l'amplitude du signal mesuré au détecteur devrait atteindre $h/2e^2$ [99].

3.2 Focalisation magnétique avec couplage spin-orbite

Le couplage spin-orbite permet de lever la dégénérescence de spin des trajectoires électroniques [31]. Cet effet se manifeste typiquement par une séparation des pics de focalisation magnétique telle qu'exposée par la courbe orange pointillée à la figure 3.2. Cet effet peut être compris simplement du fait que le couplage spin-orbite peut être vu comme un champ magnétique orbital effectif de signe opposé pour les spins \uparrow et \downarrow [100]. Ainsi, l'orbite cyclotron est modifiée suivant

$$R_{c,\pm} = \frac{m^* v_F}{e(B_{\perp} \pm B_{SO})} . \quad (3.10)$$

Par une mesure expérimentale de ΔB , il est possible d'extraire la force du couplage spin-orbite [31, 91]. Pour comprendre la signification d'un champ magnétique effectif dû au couplage spin-orbite ainsi que le lien entre l'amplitude de ce couplage et la séparation en champ magnétique des pics de spin \uparrow et \downarrow , un système décrit par l'Hamiltonien.

$$H = \frac{p^2}{2m^*} \mathbb{I} + \alpha(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{p}) \cdot \hat{\mathbf{z}} \quad (3.11)$$

sera étudié, où α est la force d'un couplage spin-orbite de type Rashba. Sous forme matricielle, cet Hamiltonien prend la forme

$$H = \begin{pmatrix} \frac{p^2}{2m^*} & \alpha(p_y + ip_x) \\ \alpha(p_y - ip_x) & \frac{p^2}{2m^*} \end{pmatrix} . \quad (3.12)$$

En diagonalisant (3.12), on obtient une expression pour l'énergie en fonction de la quantité de mouvement des électrons telle que

$$\epsilon_{\pm}(p) = \frac{p^2}{2m^*} \pm \alpha p . \quad (3.13)$$

Lorsque le champ magnétique est faible, le système peut être décrit dans le régime semi-classique. Plus précisément, lorsque le champ magnétique est faible par rapport à l'énergie de Fermi ($\epsilon_F \gg \hbar\omega_c$). La vitesse des électrons dans le système est alors décrite par

$$v_{\pm} = \frac{\partial \epsilon_{\pm}(p)}{\partial p} . \quad (3.14)$$

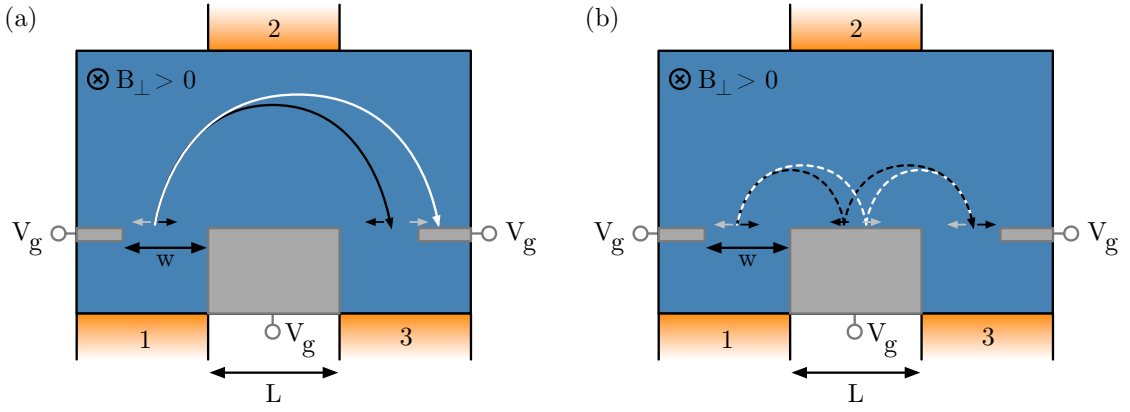


FIGURE 3.3 Schéma des orbites cyclotrons, dont la dégénérescence de spin est levée, dans le cas d'un système avec couplage spin-orbite. (a) Schéma de l'orbite du premier pic de focalisation magnétique. (b) Schéma des orbites correspondant au deuxième pic de focalisation. Les électrons incidents de spin \uparrow et \downarrow sont focalisés au même champ magnétique vers le détecteur dû aux rotations de spin.

À un rayon cyclotron donné (R_c), la séparation en champ magnétique est donnée par

$$\Delta B = \frac{m^*}{eR_c} [v_+ - v_-] . \quad (3.15)$$

Dans le cas où la condition de focalisation est respectée ($R_c = L/2$), on trouve

$$\Delta B = \frac{4m^*\alpha}{eL} \Rightarrow \alpha = \frac{eL\Delta B}{4m^*} . \quad (3.16)$$

Pour ce qui est du second pic de focalisation magnétique, il est attendu qu'aucune séparation ΔB soit observée. En effet, la présence d'un couplage spin-orbite uniforme de type Rashba fait en sorte que le spin des électrons précesse le long d'une trajectoire circulaire. Ces effets sont notables par exemple dans les expériences d'antilocalisation faible où cette rotation du spin donne lieu à des effets d'interférence [101]. Lorsque les électrons de spin \uparrow , par exemple, parcourent une demi orbite cyclotron, avec la plus grande orbite, la deuxième demi orbite est réduite dû au changement d'orientation du spin et vice-versa. Cette signature fut entre autre observée par [31, 90].

3.2.1 Caractérisation d'un microaimant

Dans ce qui a été présenté ci-haut, il était uniquement question d'un couplage spin-orbite intrinsèque de type Rashba (voir (3.11)). Pour caractériser le couplage spin-orbite créé par

un microaimant, la même géométrie de dispositif est utilisée. La grille centrale est alors remplacée par un microaimant qui agit également comme grille électrostatique (voir figure 3.1 et 3.3 pour visualiser l'emplacement de la grille centrale). Lorsque le microaimant est aimanté, les électrons se déplaçant près de celui-ci voient un gradient de champ magnétique. Notons que cette expérience doit être effectuée dans un système à faible couplage spin-orbite intrinsèque comme un gaz d'électrons bidimensionnel de GaAs ou Si pour éviter de mesurer la contribution intrinsèque du matériau plutôt que l'effet du microaimant.

3.2.2 Polarisation de spins des contacts

Dans un système avec spin-orbite où une séparation du premier pic de focalisation magnétique est observée il est pertinent de confirmer que cette signature est due à l'effet du spin. Pour ce faire, il est possible de polariser en spin les contacts. En pratique, cette polarisation peut être effectuée par l'application d'un fort champ magnétique parallèle sur le plan du GE2D. Préalablement, la conductance des contacts était fixée égale à $2e^2/h$. En présence d'une levée de dégénérescence de spin du système, lorsque la conductance des contacts est fixée à e^2/h , un seul type de spin est injecté dans la région mésoscopique. Ainsi, l'amplitude de l'une des branches du premier pic de focalisation magnétique devrait diminuer drastiquement (voir figure 3.2(b)).

3.2.3 Mesure du facteur g

Une adaptation de la mesure de focalisation magnétique peut être effectuée pour mesurer ce facteur g lié aux électrons dans le GE2D. Des signatures expérimentales de focalisation magnétique dans un gaz d'électron bidimensionnel de GaAs avec un microaimant a permis de montrer une séparation du pic en champ magnétique plus grande qu'attendu [90]. Cette augmentation ΔB pourrait être due à une renormalisation du facteur g en raison de la présence du microaimant. Il est donc pertinent de mesurer cette quantité en plus de la focalisation magnétique dans une même expérience.

Pour ce faire, il est nécessaire d'introduire une excitation haute fréquence. Lorsque des électrons sont soumis à un champ magnétique, dont l'énergie Zeeman est $E_z = g\mu_B|\mathbf{B}|/2$, une levée de la dégénérescence de spin est observée [102]. La séparation entre les deux niveaux d'énergie est alors $2E_z$. Lorsque ce système est excité avec une fréquence d'énergie égale $g\mu_B|\mathbf{B}|$, le système entre en résonance et une rotation de spin est effectuée. La

condition de résonance s'écrit comme

$$\hbar\omega_D = g\mu_B|\mathbf{B}|, \quad (3.17)$$

où ω_D est la fréquence angulaire de l'excitation. Pour un facteur $g = 2$ et un champ magnétique $|\mathbf{B}| = 1$ T, la fréquence d'excitation nécessaire est de l'ordre de 30 GHz.

Concrètement, pour mesurer le facteur g , les contacts doivent être polarisés en spin. Ensuite, le pic de focalisation magnétique est monitoré en fonction de la fréquence et de l'amplitude du champ magnétique. La fréquence à laquelle la forme du pic de focalisation est modifiée, à un champ magnétique donné, indique la fréquence de résonance. La modification du pic peut être une augmentation de la conductance due à un mélange des spins \uparrow et \downarrow par exemple. La fréquence de résonance (ω_D) en fonction de l'amplitude du champ magnétique ($|\mathbf{B}|$) devrait avoir un comportement linéaire de pente égale à $g\mu_B/\hbar$.

Ce chapitre a permis de mettre en place les concepts de bases utiles à la caractérisation du couplage spin-orbite dans un gaz d'électrons bidimensionnel. Aux chapitres 1 et 2, il a été montré que généralement, le couplage spin-orbite effectif produit par la texture magnétique d'un réseau d'aimant est non uniforme. Il est donc possible de s'attendre à ce que l'ajout d'un microaimant rende les signatures plus complexes que le cas d'un couplage spin-orbite de type Rashba. Or, aux chapitres 4 et 5, celui-ci sera traité en première approximation dans le cas simple présenté ici. Dans ce cas particulier, la grille centrale des dispositifs présentés en 3.3 est remplacée par un microaimant dans une hétérostructure de GaAs, ce qui permet l'étude du couplage spin-orbite.

Chapitre 4

Focalisation magnétique dans une hétérostructure à gaz d'électrons bidimensionnel de GaAs/AlGaAs

Des mesures expérimentales de focalisation magnétique effectuées dans une hétérostructure de GaAs/AlGaAs avec un microaimant ont préalablement montré une séparation en champ, dû à l'effet du microaimant, plus grande qu'attendue [90]. Une explication possible de l'augmentation de cette séparation en champ peut être apportée par une renormalisation du facteur g . Pour confirmer cet effet, une expérience est développée pour mesurer à la fois le couplage spin-orbite effectif et le facteur g . Dans cette optique, la conception, la fabrication et la caractérisation d'un aimant vectoriel est présenté. Ensuite, la caractérisation des dispositifs à gaz d'électrons bidimensionnels montrant une séparation du pic de focalisation magnétique est présentée. Bien que ces résultats ne permettent pas de relier directement l'effet de l'aimant au couplage spin-orbite artificiel généré, les mesures présentées poussent vers l'élaboration de simulations numériques et la fabrication de dispositifs de plus grande qualité pour élucider cet effet.

Les mesures expérimentales de focalisation magnétique représentent un second volet important du travail effectué durant cette maîtrise. Ce travail a bénéficié de l'expertise technique de membres du département de physique de l'Université de Sherbrooke et de l'Institut interdisciplinaire d'innovation technologique (3IT). Les dispositifs à gaz d'électrons bidimensionnel ont été fabriqués par Julien Camirand Lemyre, Félix Lalumière, Étienne Grondin et Stéphane Morin. La conception et la fabrication des pièces du montage expérimental ont été effectuées à l'aide de Michael Lacerte. Finalement, les mesures expérimentales ont été effectuées avec l'aide de Julien Camirand Lemyre et Pierre Lefloïc.

4.1 Considérations expérimentales

Tel qu'exposé au chapitre 3, l'expérience de focalisation magnétique nécessite d'appliquer un champ magnétique perpendiculaire au plan du GE2D pour créer l'orbite cyclotron. Un champ B_{\parallel} doit également être appliqué pour polariser en spin les contacts. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour générer ce champ magnétique vectoriel en deux dimensions. À titre d'exemple, un porte-échantillon à orientation variable où l'orientation et l'amplitude du champ magnétique sont modifiées simultanément aurait permis d'effectuer cette expérience. Cependant, en raison de l'utilisation de lignes hautes fréquences pour la mesure du facteur g , cette option n'est pas priorisée puisqu'un changement d'angle du porte-échantillon peut avoir comme effet de modifier la transmission de la ligne. Pour cette raison, un aimant vectoriel créé par l'ajout de bobines de Helmholtz au montage expérimental est utilisé.

Typiquement, pour un dispositif dont l'injecteur est le détecteur sont séparés d'environ $1 \mu\text{m}$, un champ magnétique perpendiculaire au plan du GE2D de 100 mT est nécessaire pour observer le premier pic de focalisation. Dans l'expérience, ce champ est généré par les bobines de Helmholtz. Le champ parallèle quant à lui doit être supérieur à environ 3 T, afin d'avoir une énergie Zeeman suffisante et d'observer la séparation de spin dans les contacts des points de contact quantiques [31]. Ce champ est généré par une bobine supraconductrice pouvant atteindre 8 T. L'application conjointe de ces deux champs permet l'obtention d'un champ magnétique vectoriel au niveau du dispositif.

Notons que les dispositifs sont refroidis à une température de 1.5 K dans un cryostat à température variable. Ceux-ci sont alimentés en courant et en tension via 38 lignes DC et une ligne haute-fréquence (0-40 GHz) tel qu'exposé aux figures 4.1(c) et (d). Le porte échantillon est en cuivre pour assurer un bon contact thermique. Les dispositifs sont micro soudés au circuit imprimé, fixé au porte-échantillon (voir figure 4.1(d)). Tel qu'il sera détaillé plus bas, les bobines de Helmholtz sont fabriquées d'un fil supraconducteur pour minimiser les effets de dissipation thermique. Par ailleurs, les bobines doivent pouvoir s'agencer au circuit imprimé haute fréquence. En effet, pour effectuer l'expérience de résonance de spin, il est nécessaire d'exciter le dispositif avec un signal de l'ordre de 10 GHz. Les circuits imprimés utilisés sont conçus avec six traces tel qu'exposé à la figure 4.1(d), où une seule de ces lignes est utilisée. La grille centrale (microaimant) est connectée à un générateur d'onde haute fréquence et à une source DC via un Bias tee Anritsu (K251).

La conception du montage été réalisée en tenant compte de plusieurs contraintes liées à l'amplitude et l'uniformité du champ magnétique au niveau de l'échantillon et ce tout en minimisant les forces de contraintes mécaniques. Les détails de conception sont présentés

dans le section suivante.

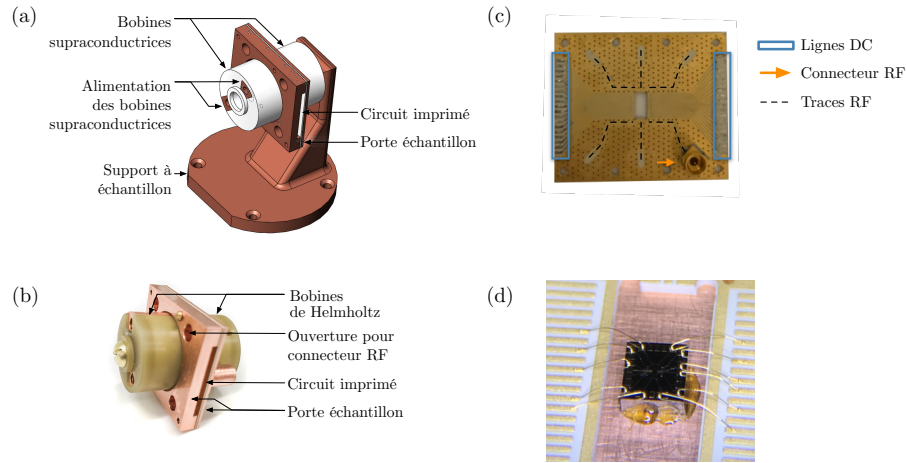


FIGURE 4.1 Pièces du montage expérimental pour l'expérience de focalisation magnétique.

(a) Schéma de conception des bobines de Helmholtz formant le champ magnétique vectoriel et du support à échantillon. Le support à échantillon et le porte échantillon sont faits de cuivre. Les bobines sont faites de plastique pouvant aller à basse température. (b) Réalisation des bobines de Helmholtz placées de part et d'autre du dispositif. (c) Circuit imprimé possédant 38 lignes DC (encadré bleu) et 6 lignes hautes fréquences (trait pointillé). Le circuit imprimé est fabriqué sur un substrat Rogers. Un connecteur de type SMP de 40 GHz de bande passante est soudé sur une trace hautes fréquences (RF) du circuit imprimé (flèche orange). Une ouverture au centre du circuit imprimé permet d'y insérer le dispositif à mesurer. (d) Image au microscope optique d'un dispositif micro soudé sur les lignes DC du circuit imprimé pour les mesures d'effet Hall.

4.2 Conception des bobines de Helmholtz

En plus de la simplicité au niveau de la mise en place et de l'opération du système expérimental, l'électro-aimant à géométrie de Helmholtz, composée de deux aimants, présente l'avantage d'offrir une plus grande uniformité du champ magnétique par rapport à une géométrie à un seul aimant (voir figure 4.2(a) et (b)). Pour satisfaire aux contraintes expérimentales, la géométrie de ces bobines est déterminée par

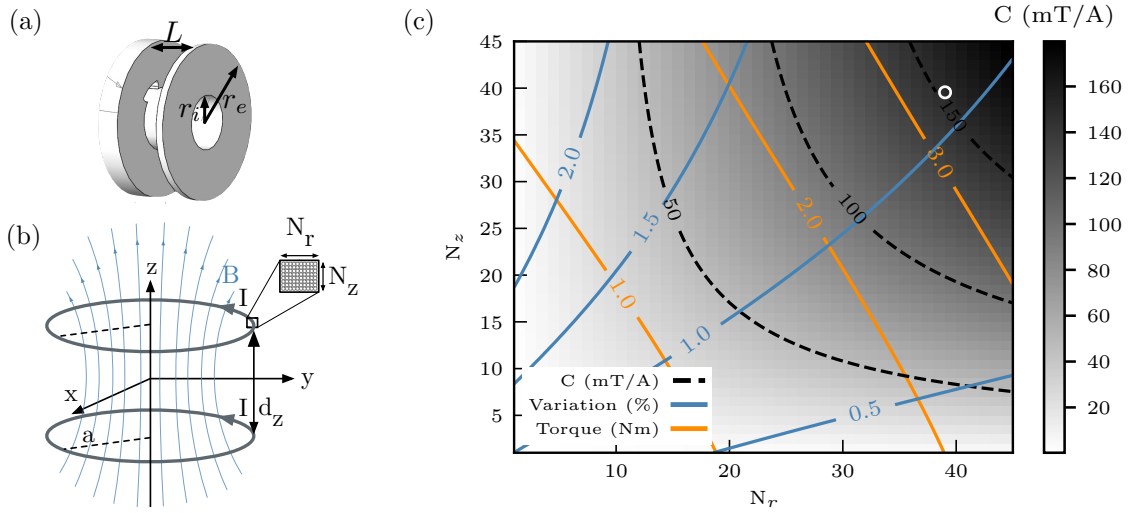


FIGURE 4.2 Simulations du champ magnétique produit par des bobines de Helmholtz.

(a) Schéma d'une bobine de Helmholtz. r_i et r_e représentent respectivement le rayon intérieur et extérieur de la bobine. L correspond à l'espacement entre les deux plaques de la bobine. (b) Schéma des lignes de champ produit par des bobines de Helmholtz dont le courant injecté est I . Les valeurs N_r et N_z représentent respectivement le nombre d'enroulements de fil dans la direction du rayon et de l'axe z . La distance interne entre les deux bobines est égale à d_z . (c) Constante de champ magnétique fait par une bobine dont le rayon interne est de 4 mm en fonction des valeurs de N_r et N_z . La distance entre les bobines et le dispositif est fixée à 2 mm. La constante de champ est exprimée comme le champ magnétique produit pour un courant injecté de 1 A. Les lignes représentent les courbes de niveau de la constante de champ (lignes pointillées), du torque magnétique (lignes orange) et de la variation spatiale du champ magnétique B_z (lignes bleues). Le point blanc correspond aux valeurs de N_r et N_z choisies pour la conception.

- (i) Capacité d'adaptation au circuits imprimé avec la ligne à haute fréquence tel que présenté à la figure 4.1(c)
 - Rayon minimal de 3.5 mm, pour pouvoir fixer les bobines en leur centre ;
 - Rayon maximal de 10 mm, ce qui correspond à la distance entre deux connecteurs haute fréquence ;
 - Séparation minimale entre les bobines selon l'axe z de 4 mm, en raison de l'épaisseur du circuit imprimé et du porte-échantillon ;
- (ii) Non-uniformité minimale du champ B_z dans le plan x-y d'au plus 1% ;
- (iii) Production d'un champ d'environ 200 mT pour un courant injecté inférieur au courant critique ;
- (iv) Génération d'un couple magnétique de moins de 7 Nm lorsque le champ produit par les bobines est d'environ 200 mT et que celles-ci sont placées dans un champ

magnétique de 7 T.

Les sous-sections suivantes décrivent en détail les méthodes d'analyse et de conception des bobines de Helmholtz suivant les points (ii) à (iv) énoncés ci-haut.

4.2.1 Amplitude et uniformité du champ magnétique

Le champ magnétique produit par une boucle de courant étant connu, il est possible de simuler numériquement le champ magnétique total pour diverses géométries de bobines. Notons que pour les bobines, le champ magnétique total est approximé comme la somme de N boucles de courant donc la position et le rayon sont modifiés suivant le diamètre du fil utilisé. Le champ total selon l'axe z est donné par

$$B_z(x, y, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sum_{n=1}^N \frac{1}{\beta_n \alpha_n^2} [(a_n^2 - r^2)E(k_n^2) + \alpha_n^2 K(k_n^2)], \quad (4.1)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide et a_n est le rayon de chaque boucle parcouru d'un courant I . $K(m)$ et $E(m)$ sont respectivement les intégrales elliptiques complètes de premier et second ordre. Ici, les notations simplifiées $\beta_n^2 = a_n^2 + r^2 + 2a_n \rho$ et $\alpha_n^2 = a_n^2 + r^2 - 2a_n \rho$ sont utilisées avec $\rho^2 = x^2 + y^2$ et $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ainsi que $k_n^2 = 1 - \alpha_n^2 / \beta_n^2$. Suivant ces notations, les champs magnétiques B_x et B_y sont donnés par [103]

$$B_x(x, y, z) = \frac{x}{y} B_y(x, y, z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sum_{n=1}^N \frac{xz}{\alpha_n^2 \beta_n \rho^2} [(a_n^2 + r^2)E(k_n^2) - \alpha^2 K(k_n^2)]. \quad (4.2)$$

Comme les bobines serviront à créer le champ magnétique perpendiculaire au dispositif, on cherche à avoir $B_x = B_y \approx 0$. D'ailleurs, le dispositif sera centré en $x = y = 0$. Le champ perpendiculaire (B_z) prend donc la forme

$$B_z(x, y, z) = \frac{\mu_0 I}{2} \sum_n \frac{\alpha_n}{(z^2 + \alpha_n)^{3/2}} \quad (4.3)$$

De manière générale, on s'attend à ce qu'une diminution du rayon permette d'atteindre un champ magnétique plus élevé, mais une uniformité de champ plus faible. La composante B_z peut aussi être augmentée lorsque la distance entre les bobines et le dispositif est diminuée. Suivant les courbes de niveau de la figure 4.2(c), pour une géométrie où N_r et N_z sont tous

deux égaux à 39, on s'attend à obtenir une constante de champ magnétique d'environ 150 mT/A et une non-uniformité du champ de près de 1 %. Également, puisque le rayon interne des bobines est petit et pour satisfaire la contrainte (i), le rayon du fil choisi est de 152 μm .

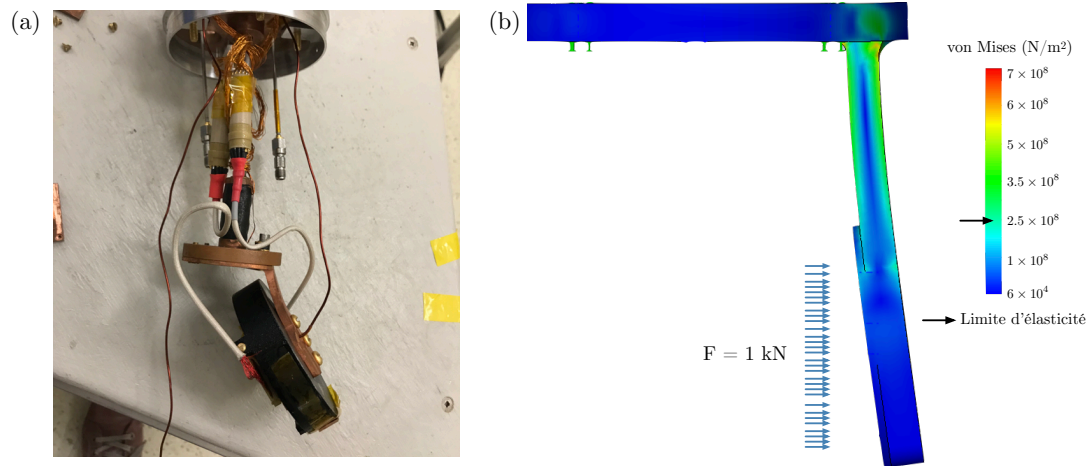


FIGURE 4.3 Effet du torque magnétique sur la structure du porte-échantillon. (a) État du support à échantillon après avoir appliqué un courant de 10 A sur la première version des bobines de Helmholtz dans un champ magnétique de 7T. Notons que sur l'image, une seule bobine est exposée (pièce noire). L'angle entre les deux branches du support était de 90 degrés avant les manipulations. (b) Simulations de la distorsion du support des bobines de Helmholtz lorsqu'une force de 1 kN est appliquée à l'endroit indiqué par les flèches bleues. Les simulations sont effectuées avec SolidWorks température ambiante.

4.2.2 Couple magnétique

Lorsqu'une boucle de courant est placée dans un champ magnétique (B_{\parallel}), le vecteur normal à la boucle de courant tend à s'aligner avec ce champ. Le couple magnétique est donné par $\tau = IAB_{\parallel} \sin \theta$, où I est le courant injecté dans la bobine, A l'aire de la boucle et θ l'angle entre le vecteur normal et la direction du champ magnétique (B_{\parallel}). Ce paramètre est crucial pour assurer le bon fonctionnement du montage expérimental. En effet, une première version de bobines de Helmholtz où l'aire de la boucle de courant était plus grande que la version finale a été brisée par l'application d'un champ parallèle de 7 T (voir figure 4.3). Des simulations utilisant SolidWorks montrent que les forces en jeu dépassaient largement la limite d'élasticité du support en cuivre. Cette itération des bobines de Helmholtz a permis de réajuster la taille de celles-ci pour minimiser le couple. Également, tel qu'il est possible de le voir à la figure 4.1, la base du support à échantillon est renforcée. Selon les courbes de niveau, on s'attend à ce que le couple magnétique pour la géométrie finale ne dépasse pas 3 Nm.

4.2.3 Dissipation thermique

Comme les dispositifs sont mesurés à basse température et que l'aimant vectoriel est composé d'une centaine de mètres de fil, les bobines de Helmholtz sont fabriquées avec un fil supraconducteur afin de minimiser les effets de dissipation thermique. Également, pour maximiser le champ et le courant critique, un fil multifilament est utilisé¹. Le courant critique de ce fil (I_c) est de 6 A à 7 T. Par ailleurs, les amenées de courant ainsi que la connexion entre les bobines sont réalisées avec un fil de cuivre. Le diamètre de ce fil est choisi de manière à pouvoir injecter un courant allant jusqu'à 10 A, sans toutefois augmenter significativement la température du cryostat par effet Joule.

4.2.4 Géométrie d'aimant vectoriel choisie

Suivant les simulations de champ et de couple magnétique exposées à la figure 4.2(c). La constante de champ est définie comme le champ produit (B_\perp) lorsqu'un courant de $I = 1$ A est injecté dans les bobines. La variation du champ est définie comme $B_z(x = 0, y = 0) - B_z(x = 250 \mu\text{m}, y = 250 \mu\text{m})$ mesuré en $x = y = 0$ et $x = y = 250 \mu\text{m}$. En respectant les critères énoncés ci-haut, une géométrie ayant les dimensions exposées au tableau 4.1 est choisie. Les paramètres r_i , r_e , d , et L_{fil} correspondent respectivement au rayon intérieur et extérieur des bobines, à la distance entre les bobines et le dispositif et à la longueur de fil nécessaire pour leur fabrication.

1. Le fil utilisé consiste en 54 filaments de NbTi de la compagnie Supercon-inc.

Tableau 4.1 Paramètres de la géométrie finale des bobines de Helmholtz choisie. Les paramètres r_i et r_e correspondent respectivement aux rayons intérieur et extérieur des bobines composées d'un nombre d'enroulement $N_r \times N_z$. La distance entre les bobines et le dispositif est notée d . La longueur du fil utilisé pour les bobines est L_{fil} .

r_i	r_e	N_r	N_z	d	L_{fil}	C	τ	Variation	$I_c(7\text{T})$
(mm)	(mm)			(mm)	(m)	(mT/A)	(Nm)	(%)	(A)
4	10	39	39	2	65	150	3.2	1.1	6

4.3 Caractérisation des dispositifs et de l'aimant vectoriel

Cette section vise à décrire les étapes de caractérisation préliminaires des dispositifs et du montage expérimental. Les principes de base du fonctionnement des dispositifs sont d'abord présentés suivis des mesures de caractérisations. Celles-ci consistent en la mesure de la résistance des contacts ohmiques, la caractérisation de la mobilité électronique et la formation des points de contact quantiques. Pour l'aimant vectoriel, la constante de champ est extraite de mesures d'effet Hall.

4.3.1 Hétérostructure de GaAs/AlGaAs et effet Hall

Les dispositifs à gaz d'électrons bidimensionnel (GE2D) utilisés sont fabriqués dans une hétérostructure d'arséniure de gallium (voir figure 4.4(a)). Lorsque le GaAs et l'AlGaAs sont mis en contact, l'équilibre des niveaux de Fermi permet de former un puits de potentiel triangulaire dont les niveaux d'énergie selon l'axe z sont quantifiés (voir figure 4.4(b)). Lorsque la température du système est abaissée, seul le plus bas niveau d'énergie est occupé, confinant ainsi les électrons dans le plan $x-y$. Ces hétérostructures sont généralement caractérisées par une haute mobilité électronique ($\mu \sim 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) due à la distance entre le GE2D et la couche de dopants (voir figure 4.4(a)) [104]. Également, comme le GaAs et l'AlGaAs possèdent des paramètres de réseaux similaires, les défauts d'interface sont limités.

La figure 4.5 présente une image optique d'un dispositif où sont identifiés les contacts ohmiques, les grilles de déplétion et la limite du mesa. Le mesa correspond à une région où l'hétérostructure n'est pas gravée chimiquement et comporte la région active du dispositif. Le GE2D est donc présent uniquement à l'intérieur du mesa, soit la région interne délimitée par le trait pointillé (voir figure 4.5(a)). Les contacts ohmiques, composés de Au/Ge/Ni, sont diffusés par un recuit thermique rapide jusqu'au gaz d'électrons bidimensionnel. La composition d'Au et Ge est au point eutectique pour favoriser la diffusion [30, 105, 106]. Les contacts ohmiques servent à injecter un courant et mesurer une tension et vice-versa. Leur résistance est mesurée à l'aide d'une unité source-mesure (SMU) qui peut injecter un courant et mesurer une tension. Typiquement, la résistance des contacts est de l'ordre de 100Ω .

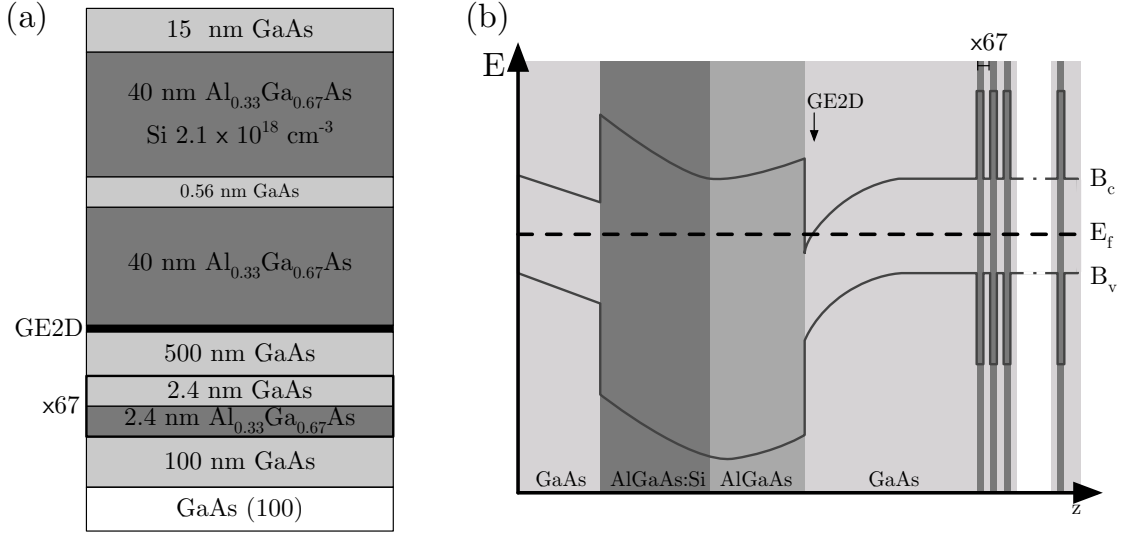


FIGURE 4.4 Schéma de l'empilement et de la structure de bande d'une hétérostructure de GaAs/AlGaAs. (a) Schéma de l'empilement de matériaux de l'hétérostructure dans laquelle se forme un gaz d'électron bidimensionnel à l'interface entre 500 nm de GaAs et 40 nm d'AlGaAs. (b) Schéma de la structure de bande de l'hétérostructure. L'énergie de Fermi (E_F) croise la bande conduction (B_c) à l'interface entre le GaAs et AlGaAs peuplant ainsi le puits de potentiel triangulaire.

Dans l'expérience de focalisation magnétique, il est important d'avoir un système au sein duquel le transport électronique se fait de manière balistique. Ainsi, le libre parcours moyen doit être plus grand que la longueur de l'orbite cyclotron ($l_{pm} \gg l_c$). Expérimentalement, la densité et la mobilité électronique sont caractérisées par des mesures d'effet Hall transverse et longitudinale. Sans entrer dans les détails de l'effet Hall classique et quantique, seulement les relations permettant d'extraire les paramètres d'intérêts seront discutées. Les références suivantes peuvent être consultées [107–109].

La disposition des contacts dans chaque mesure est exposée aux figures 4.7(a) et (b). Le courant I_+ est typiquement fixé à 100 nA.

La résistance transverse, aussi nommée la résistance de Hall permet de renseigner sur la densité de porteurs de charge dans le système en deux dimensions tel que

$$R_H = \frac{V_+ - V_-}{I_+ B} = \frac{-1}{ne}. \quad (4.4)$$

La résistance longitudinale permet d'extraire à la fois la mobilité électronique mesurée à champ nul et la densité électronique mesurée dans le régime d'effet Hall quantique.

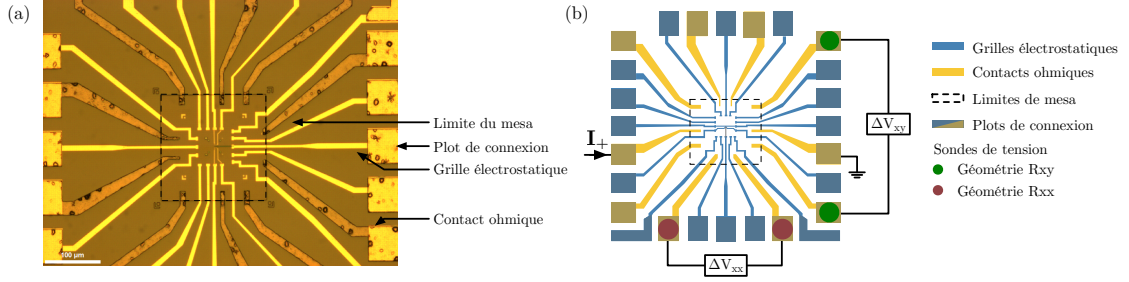


FIGURE 4.5 Géométrie des contacts sur les dispositifs de focalisation magnétique. (a) Image au microscope optique et (b) Schéma d'un dispositif de focalisation magnétique. La fonction des différents contacts est expliquée à la figure (b). Le trait pointillé représente la limite du mesa. Les contacts ohmiques sont représentés de jaune tandis que les grilles électrostatiques sont en bleu. Les plots de connexion correspondent aux endroits où la microsoudure est effectuée. Le contact I_+ est utilisé comme source de courant pour les mesures d'effet Hall transverses et longitudinales. La différence de potentiel est mesurée entre les deux contacts identifiés d'un point vert (rouge) pour la mesure de résistance transverse (longitudinale).

Pour ce qui est de la mobilité, elle est décrite par

$$\mu = \frac{1}{ne\rho_{xx}(B=0)}, \quad (4.5)$$

où ρ_{xx} est la résistivité donnée par $\rho_{xx} = L_y R_{xx} / L_x$. Pour les dispositifs utilisés, le rapport L_y / L_x est de 5.2.

La densité électronique peut aussi être extraite de la périodicité (P) des oscillations de Shubnikov-de Haas qui apparaissent dans les mesures de résistance longitudinale en fonction de l'inverse du champ magnétique suivant la relation

$$n_{2D} = \frac{e}{\pi \hbar P}. \quad (4.6)$$

Tableau 4.2 Densité électronique (n_{2D}), mobilité (μ) et libre parcours moyen (l_{pm}) pour les deux hétérostructures utilisées.

Hétérostructure	n_{2D} (cm^{-2})	μ ($\times 10^6 \text{ cm}^2/\text{V.s}$)	l_{pm} (μm)
A	1.69	0.27	1.8
B	2.27	1.28	9.5

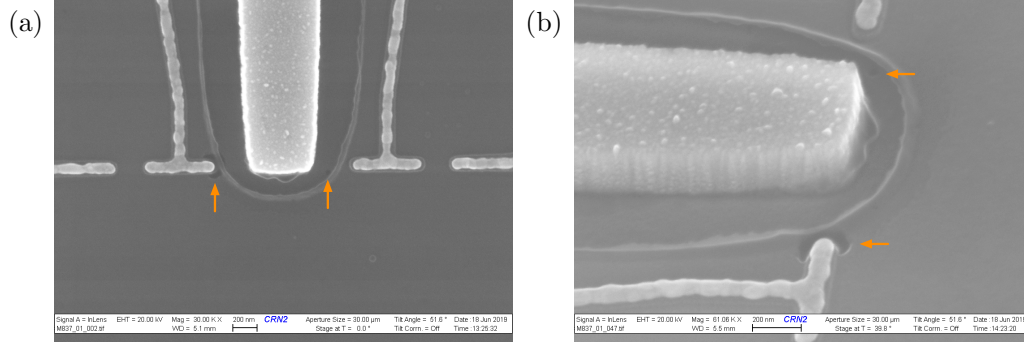


FIGURE 4.6 Image au microscope électronique vue de dessus (a) et à un angle de 45 degrés (b) d'un dispositif de focalisation magnétique après le procédé de fabrication. Les flèches oranges représentent des points où l'hétérostructure (B) est gravée. Les zones gris pâle représentent les grilles électrostatiques avec au centre le microaimant. Les grilles électrostatiques sont faites d'un alliage Ti/Au tandis que le microaimant est fait de cobalt.

Résultats expérimentaux

Les dispositifs mesurés sont fabriqués sur deux différentes hétérostructures d'arséniure de gallium dont la mobilité électronique est différente en raison du procédé de croissance qui diffère dans les deux cas. Une image optique des dispositifs est présentée à la figure 4.5(a). Ces deux hétérostructures seront notées par la suite A (basse mobilité) et B (haute mobilité). Les paramètres extraits pour ces deux hétérostructures, avant les procédés de fabrication, sont présentés dans le tableau 4.2. La disposition des contacts d'une mesure d'effet Hall transverse et longitudinale est schématisée à la figure 4.5(b).

Typiquement, la longueur de l'orbite cyclotron est $l_c \approx 950$ nm. Le libre parcours moyen étant donné par $l_{pm} = v_F \mu m^* / e$, où v_F est la vitesse de Fermi dans le gaz d'électrons ($v_F = \hbar \sqrt{2\pi n_{2D}} / m^*$). Dans le cas de l'hétérostructure à basse mobilité (A), le libre parcours moyen est d'environ $1.8 \mu\text{m}$, soit près de deux fois la longueur de l'orbite cyclotron. Pour l'hétérostructure B, le libre parcours moyen mesuré est d'environ $9.5 \mu\text{m}$. On s'attend donc à obtenir un meilleur signal pour les mesures de focalisation magnétique effectuées avec l'hétérostructure B. Or, le processus de fabrication a dégradé la qualité des points de contact quantiques et la surface de l'hétérostructure tel qu'exposé à la figure 4.6. Entre autres, un problème lors du dépôt d'or a laissé les contacts de Ti/Au avec une taille de grains inhabituellement grande. De plus, l'alliage a réagi de façon inattendue avec les produits acides de nettoyage de la surface. Des zones gravées partiellement à la surface de l'hétérostructure suite à ce même procédé peuvent modifier localement la densité électronique et affecter les mesures de transport (voir figure 4.6). Ces défauts se manifestent notamment dans les mesures de conductance des points de contact quantiques tel qu'il sera décrit à la section suivante.

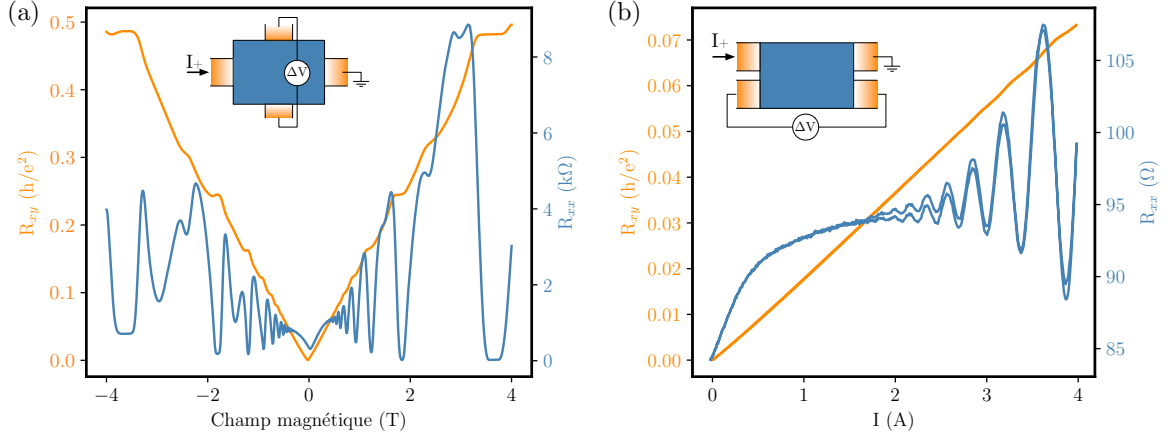


FIGURE 4.7 Mesures d'effet Hall pour la calibration de l'aimant vectoriel. (a) Résistance transverse (orange) et longitudinale (bleu) en fonction du champ magnétique perpendiculaire à l'échantillon produit par l'aimant supraconducteur du cryostat. (b) Résistance transverse (orange) et longitudinale (bleu) en fonction du courant injecté dans les bobines de Helmholtz (I). Les mesures sont effectuées à l'aide d'un amplificateur synchrone (SRS-830) avec un courant $I_+ = 100$ nA (voir équation (4.4)). La densité électronique des dispositifs est $n_{2D} = 1.69 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ et la mobilité $\mu \approx 0.3 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Les mesures sont effectuées à 1.5 K dans le cryostat à température variable de marque Janis. La constante de champ mesurée est de 130 mT/A.

Caractérisation de l'aimant vectoriel

Une fois la caractérisation des dispositifs effectuée, il est possible d'utiliser la même technique, soit des mesures d'effet Hall pour extraire la constante de champ magnétique (C) des bobines de Helmholtz en mesurant la résistance transverse en fonction du courant injecté dans celles-ci. En effet, à bas courant, la pente du signal est donnée par $p = C/n_{2D}e$. En connaissant la valeur de n_{2D} , il est possible d'extraire la pente (p) de R_{xy} en fonction du courant injecté dans les bobines de Helmholtz tel que $p = C/n_{2D}e$. Ces mesures sont effectuées sur les mêmes dispositifs que précédemment (voir figure 4.8(a)). La densité électronique est dans le cas présent mesurée à l'aide de l'aimant du cryostat dont la calibration est connue. L'orientation du dispositif est ensuite modifiée de 90 degrés pour effectuer la calibration des bobines de Helmholtz lors d'un refroidissement subséquent.

Les mesures à basse température ont permis de montrer que l'aimant vectoriel est supraconducteur à une température de 1.5 K et ce même jusqu'à un courant injecté de 4 A. Une constante de champ $C = 130 \text{ mT/A}$ est extraite des données expérimentales, soit légèrement plus faible qu'attendu (150 mT/A). Cet écart peut être dû dans un premier temps à une augmentation de la distance entre les bobines et le dispositif, et peut être modifié facilement. Dans un second temps, un changement dans la densité électronique

entre deux refroidissements peut causer une mauvaise estimation de la pente de R_{xy} en fonction du champ magnétique. Pour limiter cette deuxième cause, il serait nécessaire de fabriquer un porte-échantillon où le dispositif est placé perpendiculairement au champ magnétique des bobines de Helmholtz et de l'aimant du cryostat. Toutefois, cet effet est peu probable, puisque la densité électronique a été mesurée lors de plusieurs refroidissements et les valeurs obtenues de n_{2D} varient très peu.

4.3.2 Formation des points de contact quantiques

La première étape de caractérisation des dispositifs de focalisation magnétique consiste à mesurer la conductance des points de contact quantiques formés à même les dispositifs. Les points de contacts quantiques, ici définis à l'aide de grilles électrostatiques placées 100 nm au-dessus du gaz d'électrons, permettent de modifier la conductance des contacts décrits dans le chapitre précédent (voir figure 4.8(a)). Par l'application d'une tension négative sur les grilles, les électrons sous celles-ci sont repoussés dû à l'interaction de Coulomb. Lorsque cette tension est suffisamment négative, le point de déplétion est atteint. À ce point, la région sous la grille est complètement dépeuplée d'électrons et la conductance est grandement réduite telle qu'exposée à la figure 4.8(b). En diminuant davantage la tension de grille, la zone de déplétion s'élargit diminuant ainsi la largeur du canal (W) (voir section 3.1). Pour une largeur du canal de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi ($W \sim \lambda_F = 60$ nm), la conductance à travers le point de contact quantique devient quantifiée à des multiples de $G = G_0 = 2e^2/h$ lorsque les trajectoires électroniques sont dégénérées en spin.

Polarisation en spin des points de contact quantiques

Un champ magnétique permet de lever la dégénérescence de spin du système. Tel qu'exposé à la figure 4.8(b), lorsque le GE2D est soumis à un fort champ magnétique parallèle, la conductance devient quantifiée à des multiples de $G_0/2 = e^2/h$. La polarisation des contacts tel que décrit à la section 3.2.2 peut donc être effectuée à l'aide d'un champ magnétique. Expérimentalement, cet effet n'a pas été observé. L'énergie de séparation entre les spins \uparrow et \downarrow est donnée par $E_Z = g\mu_B|\mathbf{B}|$. Pour un champ magnétique $|\mathbf{B}| = 1$ T et un facteur $g = 0.44$, ce qui est typique pour une hétérostructure de GaAs/AlGaAs [110], $E_Z \approx 20$ μ eV. L'énergie thermique est égale à $k_B T \approx 170$ μ eV à une température de 1 K. L'énergie Zeeman étant plus faible que l'énergie thermique d'un ordre de grandeur, cela peut expliquer qu'aucun effet de spin n'est observé dans les courbes de points de contact quantiques même à un champ de 7 T.

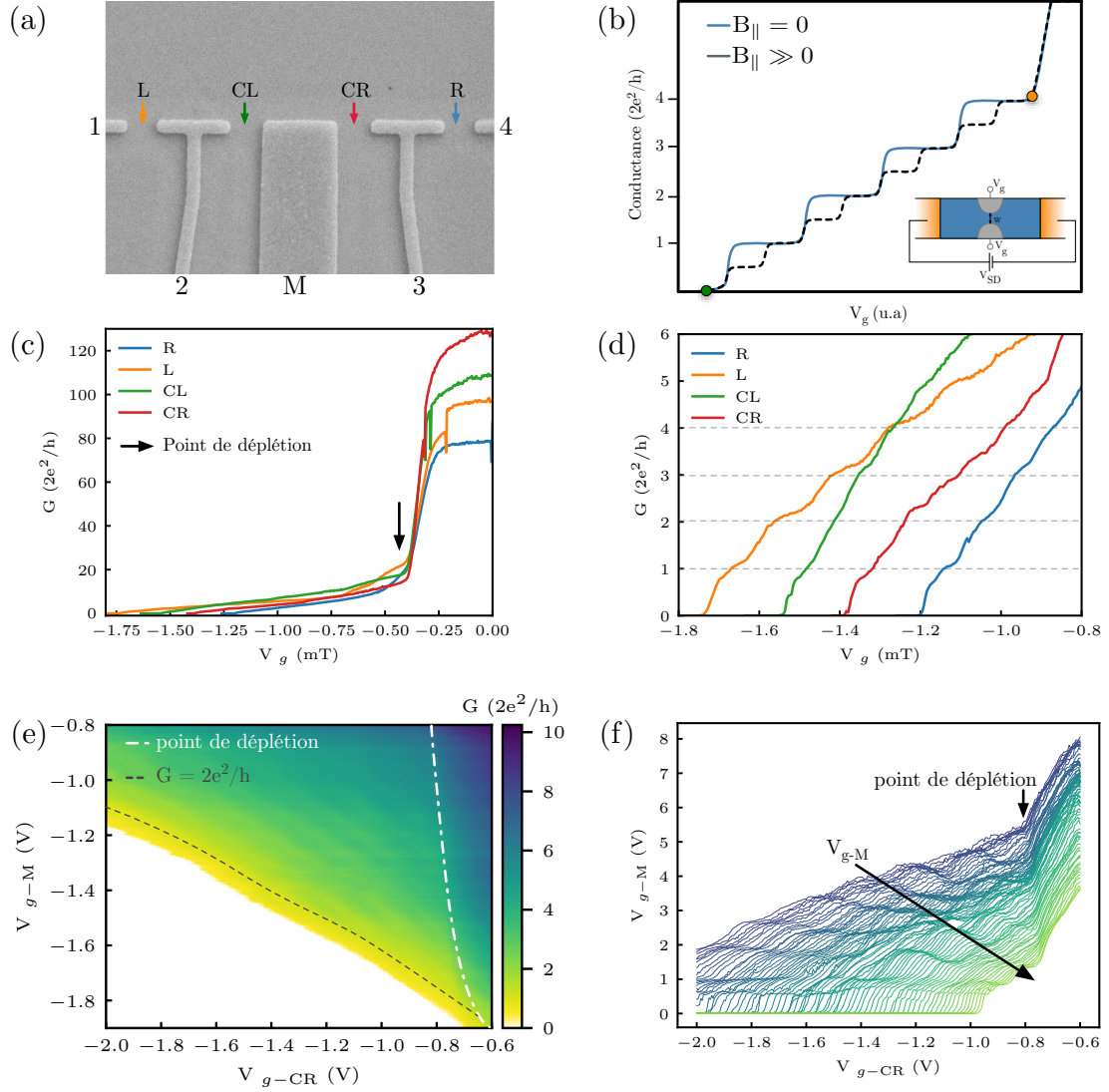


FIGURE 4.8 Mesures expérimentales de conductance des points de contact quantiques d'un dispositif de focalisation magnétique. (a) Image au microscope électronique d'un dispositif de focalisation magnétique. Les notations L, CL, CR et R réfèrent respectivement aux PCQs de gauche à droite de l'aimant. Par exemple, le point de contact quantique L est formé des grilles 1-2. (b) Schéma de la conductance en fonction de la tension de grille (V_g) pour un point de contact quantique. Le point ● représente le point de pincement. Le point ○ représente le point de déplétion. Typiquement, dans les dispositifs utilisés le point de déplétion est à $V_g \approx -300$ mV. La courbe bleue présente des plateaux quantifiés à $G = 2e^2/h$ correspondant à un système dégénéré en spin alors que la courbe noire représente un système où cette dégénérescence est levée par un champ magnétique avec une conductance quantifiée à $G = e^2/h$. (c) Conductance en fonction de la tension appliquée simultanément sur les deux grilles électrostatiques composant le point de contact quantique (la figure (d) est un agrandissement de la zone des plateaux de conduction). (e)-(f) Caractérisation détaillée du PCQ CR où la tension des deux grilles était balayé indépendamment. Toutes les mesures sont effectuées avec un bias source-drain égal à $V_{SD} = 100 \mu V$.

Au cours de ces travaux, plusieurs dispositifs ont été mesurés. Par souci de simplicité, les résultats d'un seul dispositif, fabriqué dans l'hétérostructure B, seront exposés. Rappelons que l'hétérostructure B, avant les procédés de fabrication, a une plus grande mobilité que l'hétérostructure A. Les dispositifs fabriqués ont quant à eux le même patron de grilles et des signatures expérimentales similaires ont été observées. Les figures 4.8(a) et (b) illustrent la conductance de ces points de contact quantiques en fonction de la tension des grilles. Notons ici, que chaque mesure est prise indépendamment et que la tension des deux grilles électrostatiques composant les PCQ étaient balayée simultanément. On remarque des plateaux à des multiples de $2e^2/h$ dans la conductance en fonction de la tension de grille tels qu'attendus (figure 4.8(b)).

Afin de vérifier la robustesse des plateaux de conductance dans l'espace des paramètres, ceux-ci sont évalués en fonction des tensions de grilles V_M et V_2 , balayées indépendamment, tels qu'exposés à la figure 4.8(c). Bien que les plateaux sont observés sur une grande plage de tension, des irrégularités sont observables pour certaines tensions de grille. Ce phénomène est mieux illustré à la figure 4.8(d), dans les diminutions et augmentations indésirables de la conductance du point de contact quantique. Cela témoigne de la présence de défauts à l'intérieur du point de quantique. Lorsque la tension de grille est modifiée, la zone de déplétion s'élargit et le canal est déplacé vers l'une ou l'autre des grilles électrostatiques. Ainsi, si le défaut est localisé près du microaimant, par exemple, une tension plus négative sur celle-ci pourrait minimiser l'effet du défaut. Un exemple de défaut pourrait être une gravure de l'hétérostructure telle que présentée à la figure 4.6 qui peut changer localement la densité électronique. De telles signatures sont attendues théoriquement et ont déjà été démontrées par des simulations numériques et des mesures expérimentales [111].

Finalement, on remarque de la figure 4.8(a) que le point de déplétion est le même pour tous les points de contact quantiques. Cependant, le point de pincement diffère d'environ 200 mV pour chaque PCQ. Cet effet peut rendre plus difficile l'ajustement des tensions de grille pour les mesures de focalisation magnétique.

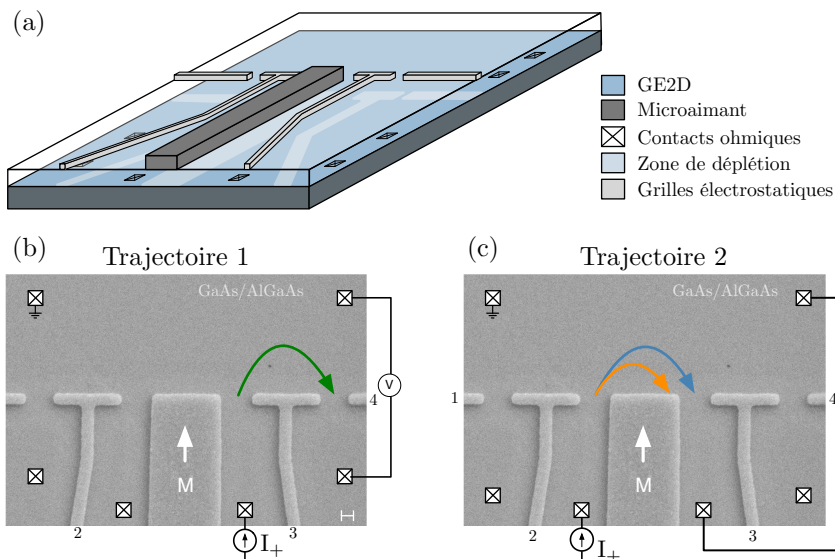


FIGURE 4.9 Schéma du dispositif et dispositif réel de focalisation magnétique(a) Schéma du dispositif de focalisation magnétique. (b) et (c) Image au microscope électronique des dispositifs de focalisation magnétique. Géométrie des contacts pour la mesure de focalisation magnétique sans et avec couplage spin-orbite respectivement. L'échelle est 100 nm. Les mesures de focalisation magnétique sont effectuées à l'aide de quatre contacts ohmiques. Le courant $I = 10$ nA est injecté à l'aide d'un amplificateur synchrone, où la tension de sortie est fixée à 10 mV avec une résistance de $10\text{ M}\Omega$ en série.

4.4 Focalisation magnétique

L'expérience de focalisation magnétique est effectuée dans un dispositif ayant la géométrie présentée à la figure 4.9. La disposition des grilles est choisie de façon à pouvoir effectuer l'expérience avec et sans couplage spin-orbite créé par le microaimant sur un même dispositif. L'expérience sans couplage spin-orbite se fait avec les deux points de contact quantiques à gauche (L et CL) ou à droite de l'aimant (CR et R). Pour ce qui est de la mesure avec couplage spin-orbite, les points de contact quantiques de part et d'autre du microaimant (CL et CR) sont utilisés. Cette approximation peut être faite puisque le champ magnétique non-uniforme produit par le microaimant est localisé à l'extrémité de celui-ci (voir chapitre 2).

La tension des grilles est choisie de façon à ce que la conductance des points de contact quantiques soit égale à G_0 . Les mesures de focalisation magnétique sont effectuées avec un amplificateur synchrone utilisé comme source de courant dans une géométrie à quatre contacts ohmiques. Le courant injecté I_+ est fixé à 10 nA et la fréquence de l'amplificateur synchrone est typiquement de l'ordre de 100 Hz. Les mesures sont effectuées dans une

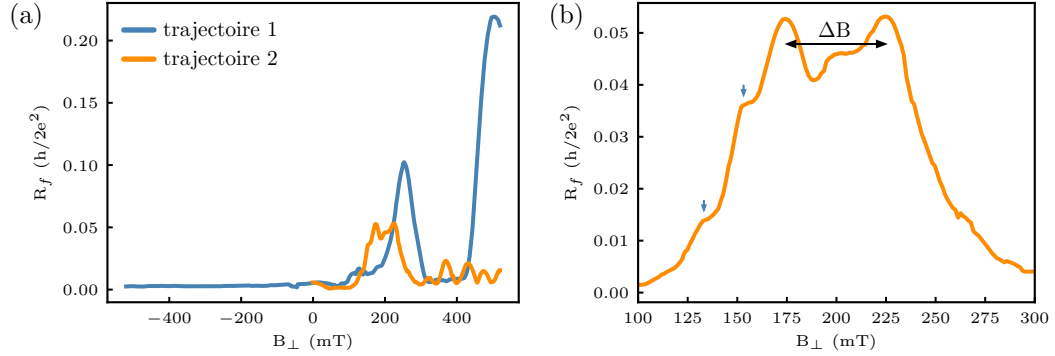


FIGURE 4.10 Résistance de focalisation magnétique en fonction du champ magnétique transverse pour la trajectoire 1 et 2. (a) Mesure expérimentale de focalisation magnétique en fonction du champ magnétique transverse avec (orange) et sans couplage spin-orbite (bleu). (b) Agrandissement du pic de focalisation magnétique avec couplage spin-orbite autour de 200 mT. Pour ces deux mesures, le champ magnétique parallèle est fixé à $B_{\parallel} = 0$ et la température à 1.8 K. Le couplage spin-orbite effectif extrait de la séparation en champ ΔB est $\alpha \approx 2 \times 10^4$ m/s. Pour ces mesures, la conductance des points de contact quantique était fixée à $G = G_0 = e^2/h$.

configuration R_{xx} , qui varie faiblement à bas champ magnétique, contrairement à R_{xy} .

En raison de défauts dans les points de contact quantiques, les expériences de focalisation magnétique n'ont pas permis de bien caractériser la force du couplage spin-orbite ni de mesurer le facteur g . Toutefois, les expériences sans couplage spin-orbite ont permis de confirmer le fonctionnement du montage expérimental tel qu'il sera présenté à la section suivante.

4.4.1 Résultats expérimentaux - Focalisation magnétique

La figure 5.6 présente les résultats expérimentaux obtenus dans le cas avec et sans contribution importante du champ magnétique produit par le microaimant. D'abord, la courbe bleue de la figure 5.6(a) présente le résultat d'une mesure entre les contacts CR et R (trajectoire 1), soit à droite de l'aimant. On remarque qu'en champ magnétique négatif, le signal est constant et presque nul, ce qui est attendu dans un cas où les électrons sont déviés loin du détecteur. En champ magnétique positif, deux pics sont observés à environ 250 mT et 500 mT. La position de ces pics est en accord avec la géométrie du dispositif. En effet, la distance entre les deux canaux de conduction des points de contact quantiques étant comprise entre 600 nm et $1.125 \mu\text{m}$, on s'attend à observer le premier pic à un champ magnétique entre 140 mT et 260 mT. Un pic de focalisation magnétique à 200 mT indique que le canal de conduction se forme au milieu de l'espace entre les grilles électrostatiques. On remarque

que l'amplitude de ces pics est typiquement de l'ordre de 1 k Ω . Ceci peut être dû à des effets de réflexion sur des impuretés. Théoriquement, on s'attend à ce que l'amplitude du pic, pour un dispositif sans défaut, atteigne une résistance de $R_f = h/2e^2 = 12.9 \text{ k}\Omega$ [99].

La courbe orange de la figure 5.6(a) et (b) représente les résultats expérimentaux où les contacts utilisés étaient CL et CR (trajectoire 2), soit de part et d'autre du microaimant. Dans cette mesure, on remarque le premier pic autour de B_\perp environ égal à 200 mT. Une séparation en champ magnétique de ce pic est observée bien qu'il ait une forme plus complexe qu'attendu. Ce faisant, il est difficile de déterminer si les signatures observées sont dues à un effet de spin ou non. Les oscillations dans la montée de pic (indiquées par des flèches à la figure 5.6(b)) peuvent être dues à des effets d'interférence causés par l'injection d'électrons avec un certain angle à travers les points de contact quantiques. Ces oscillations devraient apparaître uniquement à un champ magnétique plus faible que B_f et devrait être observé pour les deux pics de spins \uparrow et \downarrow [112].

De la séparation ΔB identifiée à la figure 5.6(b), un paramètre de couplage spin-orbite $\alpha \approx 2 \times 10^4 \text{ m/s}$ peut être extrait. Cette force de couplage spin-orbite est similaire aux valeurs mesurées dans l'InAs et l'InSb [73,78] et plus élevée que les valeurs obtenues des simulations du chapitre 2 pour le Si. Bien que la séparation en champ du pic de focalisation magnétique correspond aux résultats obtenus par [90], dans le cas présent, il n'a pas été possible de confirmer que les résultats obtenus sont dus à des effets de spin. Les mesures en champ magnétique réduisaient le signal, jusqu'à ce que celui-ci soit du même ordre que le bruit. De ce fait, la mesure du facteur g n'a pu être réalisée. Plusieurs sources sont à explorer quant à l'origine de la séparation du pic, tel que les défauts présents dans les dispositifs, des effets de magnétostriction du microaimant dû à l'application d'un champ externe, les gradients de champ électrique produits par les grilles électrostatiques et évidemment le couplage spin-orbite créé par le microaimant. Pour ce faire, la fabrication de nouveaux échantillons de meilleure qualité doit être effectuée. Parallèlement, des simulations numériques de transport quantique ont été développées afin d'obtenir une plus grande intuition quant à la nature et la séparation du pic attendu en présence de fort gradient magnétique, et font l'objet d'étude du prochain chapitre

Chapitre 5

Modèle et simulations numériques

Les mesures expérimentales ont permis d’observer une séparation en champ magnétique du premier pic de focalisation magnétique. Or, il n’a pas été possible de confirmer si les signatures expérimentales mesurées étaient bel et bien le résultat du champ magnétique inhomogène créé par le microaimant. Pour étudier davantage la question, sans reposer sur la qualité des dispositifs, des simulations numériques de transport quantique peuvent être effectuées [98,113]. Ce chapitre a pour objectif de présenter d’abord le module *Python*, *Kwant*, utilisé pour les simulations numériques [114]. Ensuite, la simulation d’un système simple de point de contact quantique sera étudiée, ainsi que les limites de validité du modèle en ce qui a trait aux dimensions du système. Finalement, compte tenu de ces limitations, les résultats relatifs à l’expérience de focalisation magnétique avec et sans couplage spin-orbite intrinsèque, ainsi qu’avec un champ magnétique non-uniforme créé par les aimants seront présentés.

5.1 Définition du système

Pour effectuer les simulations numériques de transport quantique, le module *Python*, *Kwant*, est utilisé [114]. Dans le cas d'intérêt pour la focalisation magnétique, le système est défini sur un réseau bidimensionnel avec un Hamiltonien local et intersite. Ce module permet de définir la région mésoscopique du système connecté à un ou plusieurs contacts semi-infinis, ce qui permet le calcul des propriétés de transport du système telles que sa conductance.

Dans le cas des systèmes étudiés, l'approximation zéro biais et température nulle est utilisée pour simplifier l'analyse. Cette section explique brièvement comment tenir compte de ces paramètres, où quelques considérations expérimentales sont explicitées.

5.1.1 Exemple de modélisation de système quantique avec *Kwant*

Pour illustrer comment le système est implémenté dans le module *Kwant* prenons le cas simple d'un système décrit uniquement par une énergie cinétique (en deux dimensions) tel que

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*}, \quad (5.1)$$

où $p_i = -i\hbar\partial_i$, avec $i \in [x, y]$. La discrétisation du système est effectuée sur un réseau carré avec un paramètre a . Ainsi, on obtient

$$\frac{\partial}{\partial x}\psi_{x,y} = \frac{\psi_{x+a,y} - \psi_{x-a,y}}{2a} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi_{x,y} = \frac{2\psi_{x,y} - \psi_{x+a,y} - \psi_{x-a,y}}{a^2}. \quad (5.2)$$

De manière analogue, il est possible d'écrire des équations semblables pour les dérivées partielles selon y . En combinant ces équations, on trouve une expression pour l'énergie cinétique, soit

$$H\psi_{x,y} = t [4\psi_{x,y} - \psi_{x+a,y} - \psi_{x-a,y} - \psi_{x,y+a} - \psi_{x,y-a}] = E\psi_{x,y}. \quad (5.3)$$

Pour simplifier la notation, la définition $t \equiv \frac{\hbar^2}{2m^*a^2}$ est utilisée. Comme mentionné plus haut, on remarque qu'il y a deux types d'énergie, soit

- une énergie locale ($\psi_{x,y}$) : $4t$;
- une énergie intersite ($\psi_{x\pm a,y}$ ou $\psi_{x,y\pm a}$) : $-t$.

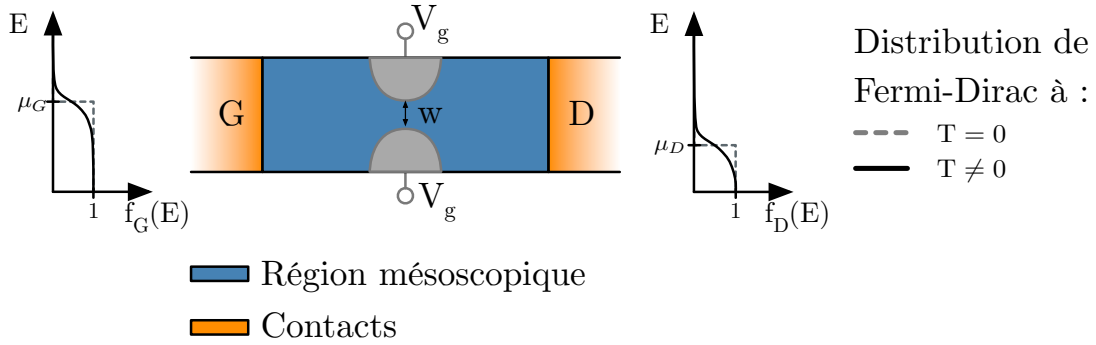


FIGURE 5.1 Schéma de la région mésoscopique d'un système de point de contact quantique. Les zones orangées représentent des contacts semi-infinis tandis que la zone bleue représente la région mésoscopique. Les zones grises correspondent aux grilles électrostatiques d'un point de contact quantique. À température nulle, la distribution de Fermi-Dirac ($f_i(E)$) est une fonction saut.

De manière générale, pour un réseau carré, l'énergie de chaque site dépend de la dimensionnalité d du système tel que $E_{site} = 2td$ alors que l'énergie de saut reste $-t$ (au plus proche voisin). Notons que cette discrétisation est valide seulement si le pas du réseau permet de décrire les changements dans la fonction d'onde ($a \ll \lambda_F \approx 60 \text{ nm}$).

Dans le cas de l'expérience de focalisation magnétique, cet Hamiltonien servira de base pour les simulations de transport quantique. Des termes additionnels pour tenir compte de l'interaction de Coulomb, de l'énergie Zeeman et du couplage spin-orbite seront présentés à la section suivante.

5.1.2 Modélisation et renormalisation des paramètres

Renormalisation des paramètres

Typiquement, le paramètre du réseau est pris de l'ordre du nanomètre ($\sim 10^{-9}$). Comme $t = \hbar^2/2m^*a^2$ et que $\hbar \sim 10 \times 10^{-16} \text{ eVs}$, on trouve $t \sim 10 \text{ meV}$. Pour simplifier le problème et pour éviter de travailler avec de petits chiffres, les paramètres a et t seront tous deux pris égaux à 1. Ainsi, toutes les variables d'énergies seront exprimées en unités de t . De manière analogue, toutes les variables de distance seront exprimées en unités de a .

Température et biais source-drain non nuls

La démarche développée au chapitre 3, utilisée pour les simulations de transport quantique, ne permet pas de prendre en compte les effets de la température et d'une tension source-

drain (V_{SD}) finie. Sans entrer dans les détails, une formulation simple de la conductance prenant en compte ces deux paramètres peut être effectuée. Pour ce faire, un système à deux contacts, comme un point de contact quantique, est considéré, tel qu'exposé à la figure 5.1. Les contacts sont maintenus à un potentiel chimique μ_i tel que $\mu_G = E_F + V_{SD}/2$ et $\mu_D = E_F - V_{SD}/2$. Dans la limite de réponse linéaire, la conductance s'écrit comme

$$G(E_F, V_{SD}) = \frac{2e^2}{h} \frac{1}{V_{SD}} \int_{-\infty}^{+\infty} T(E) [f_G(E) - f_D(E)] dE, \quad (5.4)$$

où $T(E)$ est la transmission à une énergie donnée, et $f_i(E)$ est la fonction de Fermi-Dirac à une énergie donnée [95, 115].

Dans les dispositifs considérés, refroidis à 1.5 K, l'énergie thermique ($k_B T$) est de l'ordre de 0.1 meV, ce qui est du même ordre que l'énergie associée à la tension source-drain appliquée (eV). Étant donné que l'énergie locale t est d'environ 10 meV, il est juste de ne pas considérer l'effet de la température et de la tension V_{SD} dans une première analyse. Toutefois, suivant l'équation (5.4), ces paramètres peuvent être facilement ajoutés aux simulations numériques.

5.2 Étude des points de contact quantiques

5.2.1 Modèle et simulations numériques

Pour établir les limites de validité du modèle, des simulations de points de contact quantiques sont effectuées. Pour ce faire, il est nécessaire d'ajouter une énergie $\phi(x, y)$ au Hamiltonien 5.1 pour décrire le potentiel électrostatique produit par les grilles. Le Hamiltonien prend donc la forme

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m^*} (\partial_x + \partial_y)^2 + \phi(x, y), \quad (5.5)$$

où $\phi(x, y)$ dépend de la tension appliquée sur les grilles V_g . Dans le cas d'une grille rectangulaire placée à une distance d au-dessus du plan d'électrons, le potentiel est modélisé par

$$\phi(x, y, d) = V_g [g(x - L, y - B) + g(x - L, T - y) + g(R - x, y - B) + g(R - x, T - y)], \quad (5.6)$$

où $g(x, y) = \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{xy}{dR}\right)$ et $R = \sqrt{x^2 + y^2 + d^2}$ [116]. Dans le cas présent, la distance d est choisie égale à 100 nm en accord avec les hétérostructures utilisées. Comme les dispositifs de focalisation magnétique sont composés de deux fines grilles et un microaimant, qui agit

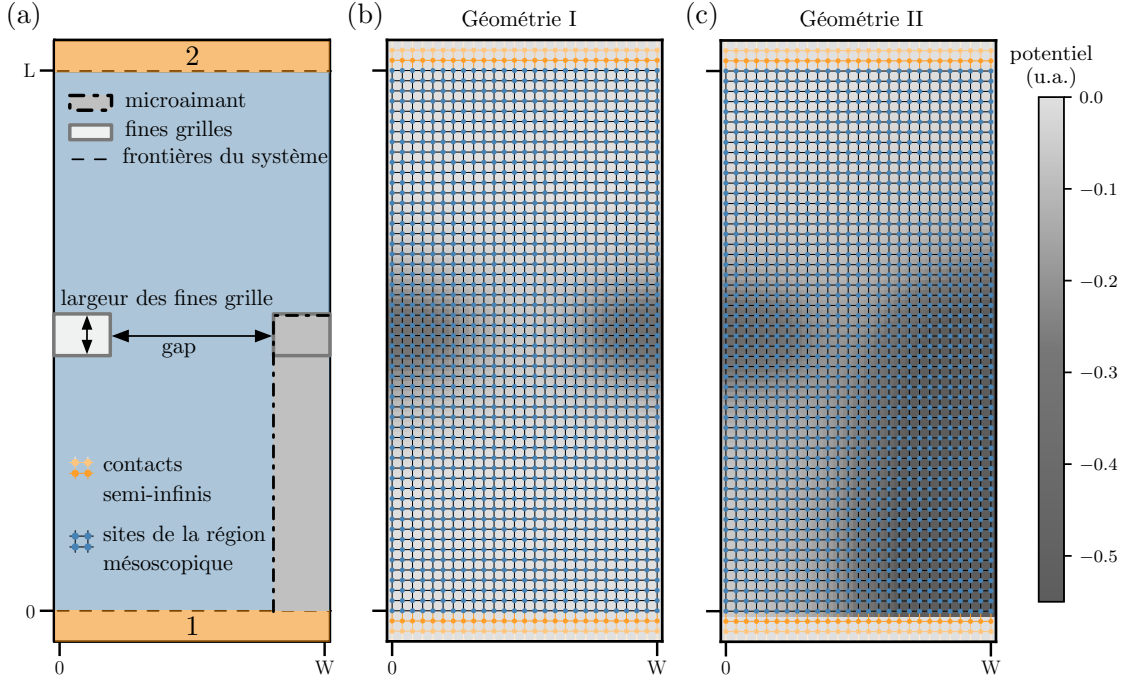


FIGURE 5.2 Schéma du système de points de contact quantiques simulé à l'aide du module Kwant. (a) Le système est caractérisé par une largeur W et une longueur L , avec une largeur de fines grilles d et une séparation entre les grilles/microaimant dénotée le gap . (b)-(c) Potentiel électrostatique produit par les points de contact quantiques composés de fines grilles uniquement (b) et d'une fine grille et du microaimant (c). Les \bullet représentent les sites du système tandis les \circ composent les contacts semi-infinis. Notons qu'ici, le champ magnétique non-uniforme créé par le microaimant n'est pas pris en compte.

également comme une grille électrostatique¹, deux géométries sont simulées telles que présentées à la figure 5.2. Pour les deux géométries, une étude est effectuée quant à la largeur (W) et la longueur (L) du système ainsi que le paramètre du réseau (a).

De manière générale, la même convention qu'au chapitre 3 sera utilisée pour schématiser le système, soit la région mésoscopique représentée en bleu et les contacts en orange. Également, dans le cas des simulations, les sites seront représentés par des sommets et les liaisons entre les sites par des arêtes tels que présentés à la figure 5.2. Les paramètres des simulations numériques seront notés avec une police différente. Par exemple, les dimensions typiques du système seront exprimées avec les variables a , L , W , où a est le paramètre du réseau, L la longueur du réseau et W la largeur.

Suivant la modélisation, la figure 5.3 présente la conductance à travers les points de

1. Une tension peut être appliqué sur le microaimant pour dépeupler le gaz d'électron sous celui-ci.

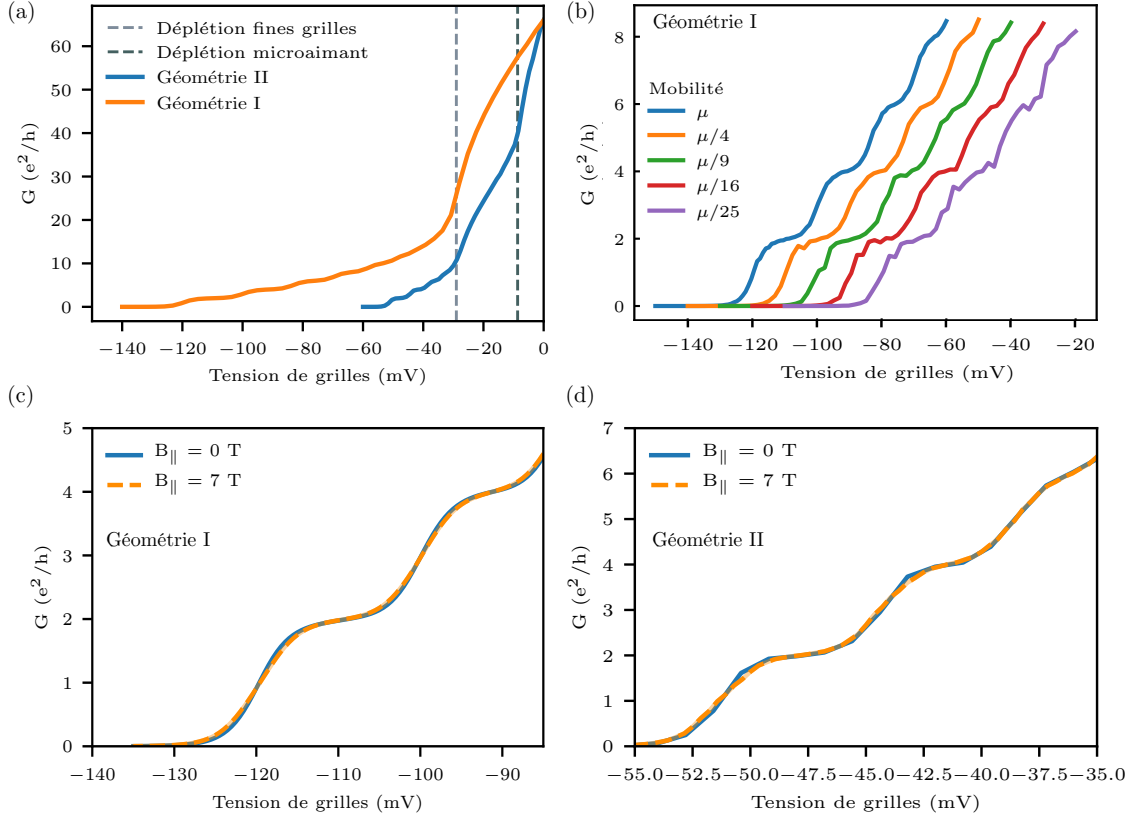


FIGURE 5.3 Conductance à travers un point de contact quantique en fonction de la tension de grilles pour les deux géométries simulées. (a) Comparaison entre les courbes de conductance d'un point de contact quantique de la géométrie I et II. Les lignes pointillées correspondent aux points de déplétion des grilles électrostatiques. (b) Courbes de points de contact quantiques (PCQ) en fonction de la tension des grilles électrostatiques pour différentes valeurs de mobilité électronique. μ correspond à la mobilité électronique mesurée pour les hétérostructures de GaAs/AlGaAs utilisées avant les procédés de fabrication. Les courbes sont décalées horizontalement de 10 mV pour aider à la lecture. (c) et (d) Conductance en fonction de la tension de grille pour les deux géométries de points de contact quantiques avec et sans champ magnétique parallèle au plan d'électrons.

contact quantiques en fonction de la tension appliquée simultanément sur les deux grilles électrostatiques. Notons ici que l'énergie du système dans les simulations est fixée égale à l'énergie de Fermi qui dans le cas du GE2D vaut $E_F = \pi n_{2D} \hbar^2 / m^*$. On remarque d'abord que la géométrie I possède un point de pincement près de 90 mV inférieur à la seconde géométrie. Cet effet est attendu puisque le microaimant est beaucoup plus large que les fines grilles. Il a donc un effet plus significatif sur la largeur du canal à plus faible tension. Également, à la figure 5.3(a), on remarque que pour la géométrie composée du microaimant, deux points de déplétion sont observés. Ces signatures, également observées expérimentalement, sont dues

à des effets géométriques en raison de la taille des grilles. En effet, dans la géométrie avec aimant, les deux grilles n'ayant pas la même largeur, contribue à une amplitude différente du potentiel sous celles-ci. Ainsi, la double déplétion est attribuable au point de déplétion de chacune de ces grilles. Bien que les courbes ne reproduisent pas exactement les résultats expérimentaux en ce qui a trait aux valeurs exactes de tension de grilles, les simulations permettent de décrire de façon qualitative les caractéristiques principales des points de contact quantiques. L'écart entre les valeurs de tension de grille simulée et expérimentale est attendu puisque le modèle ne prend pas en compte de tous les détails de l'hétérostructure.

Toujours de la figure 5.3 il est possible d'extraire la tension de grilles nécessaire pour avoir un seul canal de conduction ($G = G_0$). Dans le cas de la géométrie avec le microaimant, cette tension correspond à -48 mV. Cette valeur sera utilisée pour les simulations de focalisation magnétique.

Ajout de désordre

Les résultats de points de contact quantiques expérimentaux ont démontré plusieurs irrégularités dans le signal, dû à des défauts dans l'hétérostructure. Cette contribution peut être prise en compte via l'ajout d'une énergie potentielle aléatoire sur chaque site ($\phi_D(x, y)$) dont l'amplitude D varie entre $[-D, D]$ et distribuée uniforme. Suivant la démarche présentée dans [117], l'amplitude D peut être reliée à la mobilité électronique (μ), via la règle d'or de Fermi tel que

$$D^2 = \frac{48e\hbar^3}{4m^*a^2\mu}, \quad (5.7)$$

où a est le pas du réseau. Tel qu'attendu, plus la mobilité électronique est faible, plus l'amplitude du potentiel aléatoire est grande.

Dans les courbes de points de contact quantiques présentées à la figure 5.3(b), on remarque qu'avec l'ajout du désordre correspondant à la mobilité électronique des dispositifs utilisés le signal est peu affecté. Toutefois, plus la mobilité est réduite, moins les plateaux sont définis. En comparant avec les résultats expérimentaux présentés à la figure 4.8, ceci pourrait indiquer que la mobilité électronique des dispositifs est réduite par rapport aux valeurs mesurées avant le processus de fabrication.

Ajout d'une énergie Zeeman

L'énergie Zeeman a pour effet de lever la dégénérescence de spin du système. Pour inclure cette contribution au modèle, le Hamiltonien prend la forme

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \phi(x, y) + \frac{1}{2}g\mu_B \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} , \quad (5.8)$$

avec μ_B le magnéton de Bohr, g le facteur gyromagnétique des électrons, \mathbf{B} le vecteur de champ magnétique et $\boldsymbol{\sigma}$ les matrices de Pauli dans la base de spin. On s'attend à ce qu'un champ magnétique permette de polariser en spin les points de contact quantiques tel qu'il a été discuté aux chapitres 2 et 3. Dans les simulations, un effet du champ magnétique est observé, toutefois le plateau à $G_0/2$ n'est pas défini à un champ magnétique externe dans le plan de 7 T. Typiquement, lorsque l'énergie est balayée plutôt que la tension de grille, les plateaux à des multiples de e^2/h sont observés et bien définis.

5.2.2 Validité du modèle

Pour valider les résultats issus des simulations de points de contact quantiques, certains critères sont établis. D'abord, le point de déplétion et le point de pincement devraient être visibles dans les courbes de G vs V_g . Entre ces deux points, la conductance devrait être quantifiée à des multiples de $2e^2/h$ lorsque l'énergie Zeeman est nulle. La figure 5.3(a) démontre un résultat typique observé de la simulation des deux types de points de contact étudiés et montre que le modèle reproduit les résultats attendus.

Comme le temps nécessaire pour les simulations est modifié par le nombre de points dans le système, une étude en fonction des paramètres a , L et W est effectuée. Cette étude a permis d'optimiser la validité des résultats tout en minimisant le temps de calcul nécessaire. Dans les deux géométries de point de contact quantique étudiées, le gap, soit la distance entre les grilles, est fixé à 250 nm. Aussi, la largeur des fines grilles est prise égale à 75 nm.

La validité des résultats est évaluée à l'aide d'un paramètre ξ qui démontre la déviation du signal $g(x)$ par rapport à un signal de référence $f(x)$ et est défini comme suit

$$\xi = \int [f(x) - g(x)]^2 dx . \quad (5.9)$$

Les fonctions $g(x)$ et $f(x)$ représentent dans ce qui suit la conductance du point de contact quantique en fonction de la tension de grille appliquée.

Effet du paramètre de réseau a

On s'attend à ce que le paramètre a ait beaucoup d'influence sur la validité des résultats. En effet, le pas du réseau doit pouvoir décrire les changements de la fonction d'onde, mais également du potentiel électrostatique. Pour cette étude, la taille du réseau était gardée fixe avec L et W égaux à $1\ \mu\text{m}$. Il est à noter que le nombre de sites dans le système simulé doit être un nombre entier, ainsi $L = na$ et $W = ma$.

La figure 5.4(a) présente les résultats de l'analyse pour les deux géométries étudiées. Dans le cas présent, la fonction de référence $f(x)$ est la courbe de conductance en fonction de la tension de grille pour $a = 2\ (4)\ \text{nm}$ dans la géométrie I (II). Ces valeurs de paramètres sont choisies puisqu'elles correspondent au point où les résultats ne sont pas modifiés lorsque a est diminué davantage.

Les fines grilles ayant une largeur de $75\ \text{nm}$, on s'attend à ce qu'un paramètre de réseau plus grand $10\ \text{nm}$ ne permette pas de bien décrire le potentiel. Dans ce cas particulier, lesdites grilles sont décrites par environ 7 sites. Cet effet est moins prononcé pour la géométrie avec le microaimant puisque celui-ci possède un plus gros levier, c'est-à-dire une plus grande influence sur la conductance du PCQ. On remarque que la différence devient faible lorsque le paramètre du réseau est d'environ $5\ \text{nm}$. Pour les résultats suivants, le pas du réseau sera fixé à cette valeur pour minimiser le temps de calcul tout en décrivant le système avec une certaine précision.

Effet de la longueur (L) du système

En principe, la longueur du système ne devrait avoir aucun effet sur les signatures de points de contact quantiques. Or, lorsque la longueur du système devient de l'ordre de la largeur des fines grilles ($75\ \text{nm}$), on s'attend à ce que les résultats soient affectés puisque les changements du potentiel électrostatique dans l'espace ne seront pas décrits adéquatement. Ici, notons que pour les simulations en fonction de L , le pas du réseau était maintenu à $5\ \text{nm}$ et la largeur du système (W) à $1\ \mu\text{m}$. La fonction $f(x)$ correspond à une courbe de PCQ pour $a = 5\ \text{nm}$ et $L = W = 1\ \mu\text{m}$. Les figures 5.4(b) et (d) présentent la différence ξ entre les courbes de points de contact quantiques en fonction de la longueur et la largeur du système. Comme attendu, il y a peu de variation dans la différence selon la longueur pour la géométrie I pour $L > 400\ \text{nm}$. Pour la seconde géométrie, la longueur optimale correspond à $L = 1\ \mu\text{m}$, ce pour quoi pour les prochaines simulations, la longueur du système sera fixée à cette valeur.

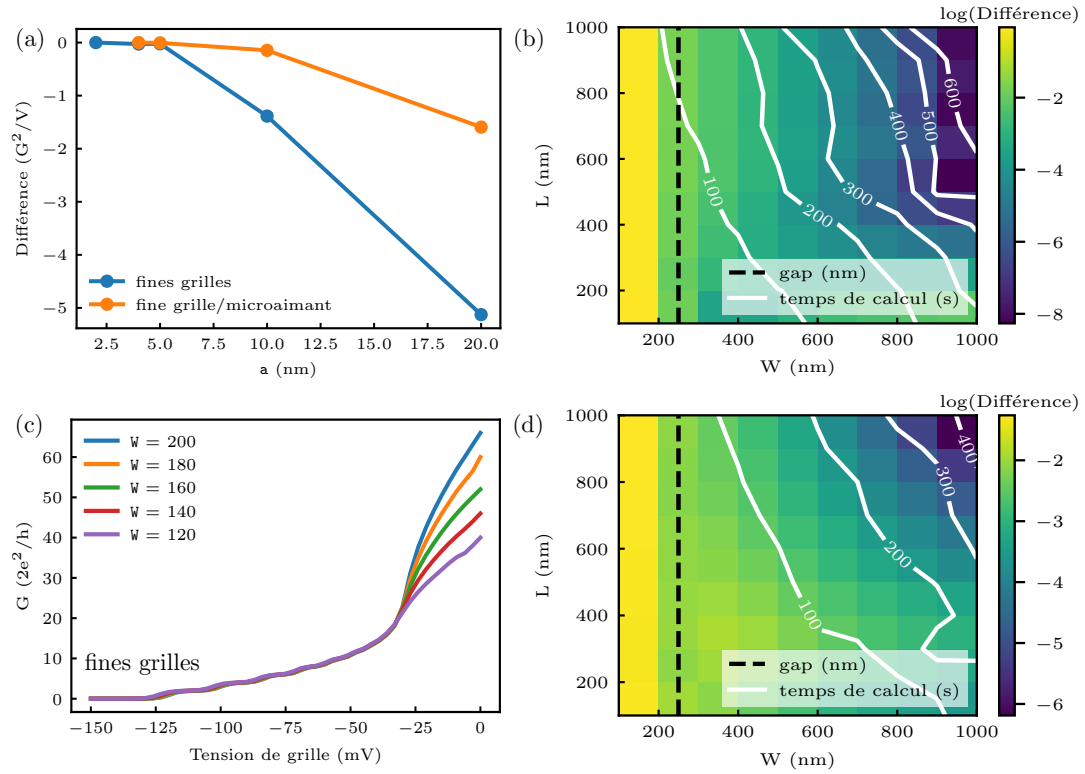


FIGURE 5.4 Signatures des points de contact quantiques (PCQ) en fonction des dimensions du système. Comparaison des signatures de points de contacts quantiques simulée en fonction de la longueur et la largeur du système. (a) Différence calculée à partir de l'équation (5.9) de la conductance en fonction de la tension de grille d'un point de contact quantique. La courbe de référence est prise pour les paramètres $a = 5$ nm, $L = W = 1$ μ m. (b) Conductance d'un point de contact quantique en fonction de la tension des grilles suivant la géométrie I pour différentes largeurs du système. (c) et (d) Différence des signatures de points de contact quantiques pour la géométrie I (c) pour la géométrie II (d) en fonction de la largeur et la longueur du système. La différence est calculée après le point de déplétion puisque la $G(V_g = 0)$ dépend de la valeur de W . Le pas du réseau est fixé à $a = 5$ nm. (b)

Effet de la largeur (W) du système

On s'attend à ce que modifier la largeur du système (W) ait un effet sur la conductance pour une tension de grille plus élevée que le point de déplétion. Comme la largeur du contact semi-infini est fixée égale à la largeur du système, une augmentation de W augmente par le fait même le nombre de modes injectés. Or, passé le point de déplétion, c'est la largeur du canal formé entre les grilles qui gouverne de nombre de canaux de conductions allant du contact #1 \rightarrow #2. La figure 5.4(b) présente la conductance en fonction de la tension de grille pour les deux géométries étudiées pour différentes valeurs de W en gardant $L = 1$ μ m et $a = 5$ nm. On remarque également que la largeur du système a un effet sur le point de pincement.

Cependant, plus W augmente, ce point converge vers une valeur de -126 mV. Pour la seconde géométrie, le point de pincement converge à environ -50 mV.

5.3 Étude numérique de la focalisation magnétique

Pour les simulations numériques de focalisation magnétique, une géométrie semblable aux dispositifs fabriqués est utilisée (voir figures 5.5). D'abord, le microaimant, qui possède une largeur de 600 nm est placé au centre du dispositif. Ensuite, deux fines grilles sont placées de part et d'autre du microaimant suivant la seconde géométrie de point de contact quantique étudiée (voir figure 5.2). Les électrons sont injectés par le contact #1 et sont déviés à l'aide d'un champ magnétique perpendiculaire au plan jusqu'au contact #2. Le contact #3 agit comme une sonde de tension. Le module Kwant permet d'extraire les coefficients de transmission T_{ij} et ainsi d'obtenir la résistance de focalisation magnétique R_f telle qu'exprimée par l'équation (3.9), soit

$$R_f = \frac{h}{2e^2} \frac{T_{31}}{T_{21}T_{13} + (T_{21} + T_{31})T_{23}}. \quad (5.10)$$

Comme les expériences de focalisation magnétique se font à l'aide d'un champ magnétique externe, son effet doit être pris en compte dans le modèle de simulations. Il a été montré précédemment que l'effet de spin peut être modélisé par l'ajout de l'énergie Zeeman au Hamiltonien. Toutefois, il est également nécessaire de considérer l'effet orbital, via la transformation $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - e\mathbf{A}$ [91]. Ainsi, le Hamiltonien du système s'écrit comme

$$H = \frac{1}{2m^*} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{\hbar} \mathbf{A} \right)^2 \mathbb{I} + V(x, y) \mathbb{I} + \frac{1}{2} g \mu_B \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (5.11)$$

où \mathbf{A} représente le potentiel vecteur associé au champ magnétique externe tel que $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. Le potentiel vecteur a pour effet d'ajouter un facteur de phase au terme de saut suivant la substitution de Peierl [118].

Substitution de Peierl

La renormalisation du terme intersite avec la substitution de Peierl s'écrit comme suit

$$t_{i,j} \rightarrow t_{i,j} e^{-i \frac{e}{\hbar} \int_{x_i}^{x_j} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}}, \quad (5.12)$$

où $d\mathbf{l}$ correspond au vecteur de déplacement dans la direction x ou y . Dans le cas d'un champ magnétique perpendiculaire au gaz d'électron ($\mathbf{B} = B\hat{z}$), il est simple de trouver un potentiel vecteur correspondant, soit $\mathbf{A} = (-By, 0, 0)$. Ainsi, le terme de saut selon y reste inchangé tandis que le terme de saut dans la direction x devient

$$t_{i,j}^x = -te^{i \frac{e}{\hbar} By(x_j - x_i)}.$$

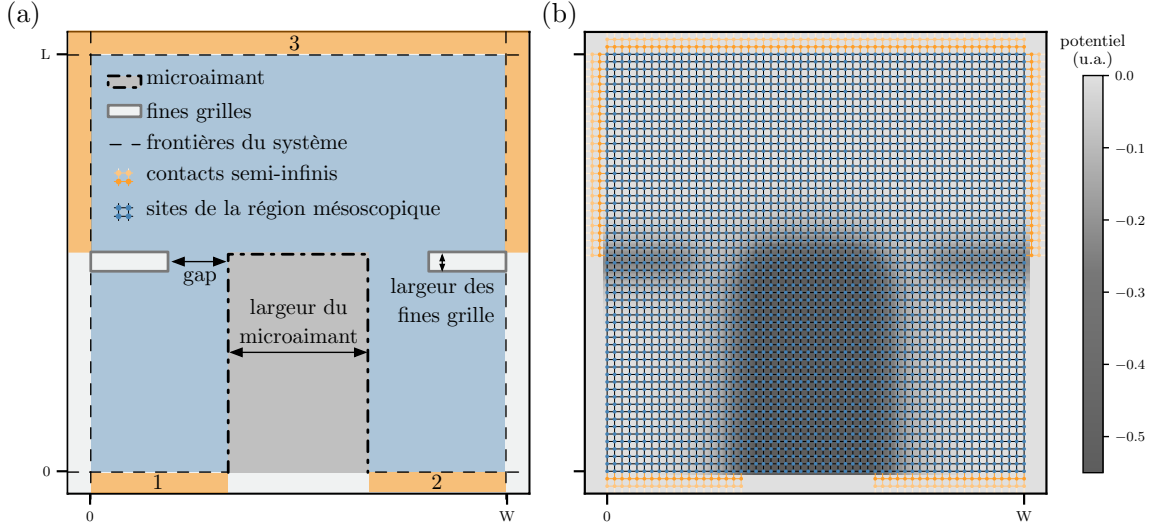


FIGURE 5.5 Schéma du système de focalisation magnétique simulé avec Kwant. Le système est de largeur W et de longueur L . La largeur des fines grilles est égale à 75 nm et gap entre les grilles est fixé égal à 250 nm, ce qui correspond aux dimensions des simulations de point de contact quantique. Le contact #1 est pris comme injecteur tandis que le contact #3 est le détecteur. La figure (b) représente la discrétisation du système et le potentiel électrostatique produit par les grilles. Les sites de la région mésoscopique sont représentés par des points \bullet et les sites des contacts semi-infinis par des points \circ .

5.3.1 Focalisation en l'absence de couplage spin-orbite

Les simulations de focalisation magnétique sans couplage spin-orbite ni champ magnétique non-uniforme créé par un microaimant permettent de vérifier si l'effet du champ magnétique perpendiculaire décrit adéquatement les résultats expérimentaux. Dans une géométrie où

l'injecteur est le contact #1, un champ $B_{\perp} > 0$ devrait faire dévier les électrons vers le détecteur (contact #2)². Ainsi, en balayant B_{\perp} , le signal de focalisation magnétique simulé R_f devrait avoir la même forme que celle mesurée expérimentalement (voir figure 5.6). Rappelons que la tension de grille est fixée à -48 mV, de sorte que la conductance des points de contact quantique est égale à $G = 2e^2/h$. La figure 5.6 présente une comparaison entre les résultats de cette étude et les résultats expérimentaux sans champ magnétique non-uniforme créé par le microaimant. On observe d'abord que les simulations permettent de décrire adéquatement la trajectoire de l'orbite cyclotron. En effet, la position des pics en champ magnétique concorde avec les attentes, soit entre 140 mT et 260 mT³. Un second pic de focalisation magnétique est observé à $2 B_f$ (ici $B_f = 180$ mT) tel qu'attendu. Finalement, la remontée de R_f à un champ magnétique d'environ 450 mT est due à la formation d'états de bords, ainsi, tout le courant injecté est détecté au contact #2. Cette signature a d'ailleurs été observée expérimentalement sur certains des dispositifs mesurés.

2. Le troisième pic et les subséquents ne sont donc pas observables. Pour cette raison, les simulations numériques les simulations numériques sont effectuées uniquement entre -500 et 500 mT.

3. L'axe de champ magnétique des résultats expérimentaux est modifié de sorte que les pics de focalisation magnétique concordent, puisque le champ de focalisation B_f diffère légèrement des simulations

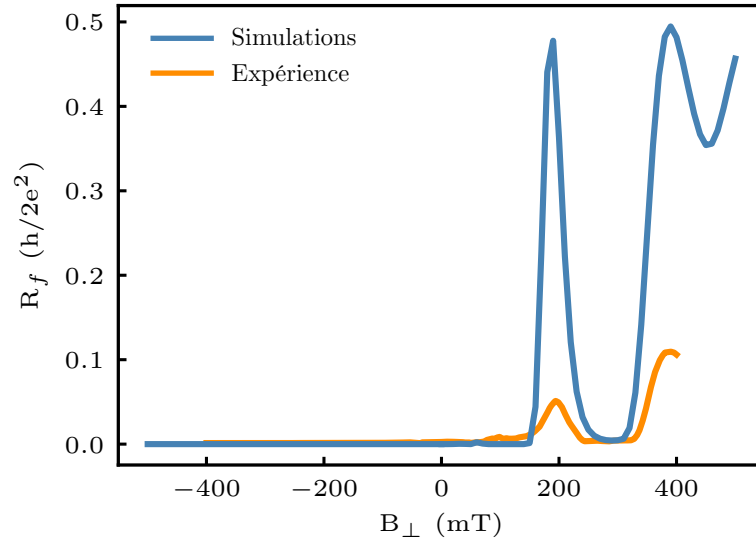


FIGURE 5.6 Signal de focalisation magnétique sans couplage spin-orbite intrinsèque obtenu par des simulations numériques de transport quantique. Résistance de focalisation magnétique (R_f) en fonction du champ magnétique perpendiculaire au système 2D. Les simulations sont effectuées dans le système présenté à la figure 5.2. Le pas du réseau était fixé à 5 nm et la longueur/largeur du système à 2 μm . Le champ magnétique perpendiculaire est ajouté au modèle via la substitution de Peierl (voir équation (5.12)). Les paramètres de matériau (E_F , n_{2D} , m_{eff}) correspondent aux hétérostructures de GaAs utilisées, soit $E_F = 6$ meV, $n_{2D} = 1.69 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ et $m_{eff} = 0.067m_e$.

Ces résultats permettent de valider le fonctionnement des simulations dans un cas sans couplage spin-orbite intrinsèque. La prochaine étape consiste en l'ajout d'un couplage spin-orbite intrinsèque. On s'attend à observer une séparation en champ magnétique du premier pic de focalisation magnétique. Soit $\Delta B = 4m^*\alpha/eL$, où L est la distance entre l'injecteur et le détecteur (voir équation (3.16)). Ensuite, la contribution de champ magnétique non-uniforme créé par les aimants sera ajoutée au modèle pour aider à l'interprétation des données expérimentales.

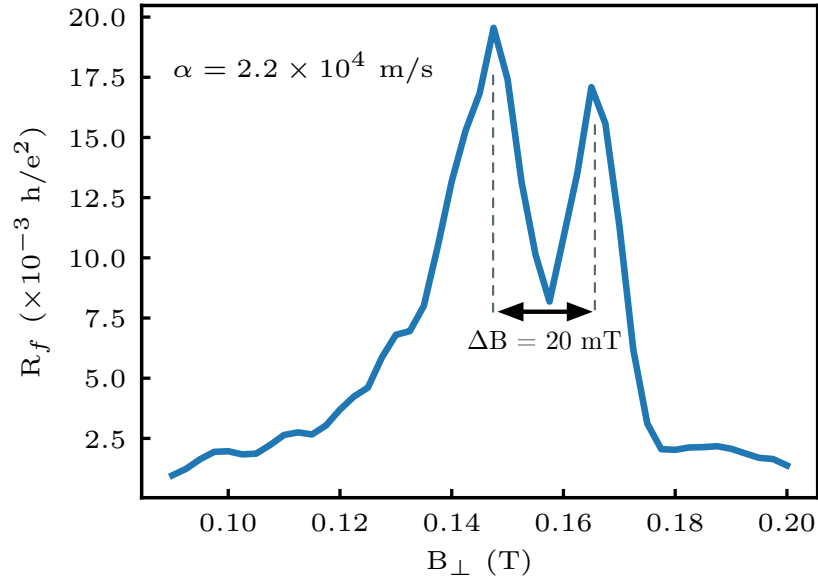


FIGURE 5.7 Résistance de focalisation magnétique en fonction du champ magnétique perpendiculaire. Les résultats sont obtenus par simulations numériques suivant la géométrie présentée dans [91]. La taille du système est fixée à $W = 3 \mu\text{m}$, $L = 2 \mu\text{m}$ avec un pas du réseau a égal à 5 nm. La largeur des contacts est prise égale à 70 nm et ceux-ci sont séparés d'une distance de $1.5 \mu\text{m}$. Les paramètres de matériaux sont, $E_F = 23 \text{ meV}$, $m^* = 0.055m_e$ et $\alpha = 15 \text{ meVnm}$. Ici, seulement le premier pic de focalisation magnétique est illustré.

5.3.2 Couplage spin-orbite intrinsèque

Pour un couplage spin-orbite de type Rashba, soit $H_R = \alpha(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{p}) \cdot \hat{z}$ le Hamiltonien total du système prend la forme

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \phi(x, y) + \frac{1}{2}g\mu_B \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \alpha(\sigma_y p_x - \sigma_x p_y), \quad (5.13)$$

où α est la force du couplage spin-orbite. Comme le terme de spin-orbite contient les composantes du vecteur de quantité de mouvement, il agit sur le terme de saut du Hamiltonien du modèle de liaisons fortes en ajoutant une composante $t_{i,j}^{SO}$ tel que

$$t_{i,j}^{SO_x} = i\frac{\alpha}{2}\sigma_y e^{i\frac{e}{\hbar}By(x_j - x_i)} \quad (5.14)$$

et

$$t_{i,j}^{SO_y} = -i\frac{\alpha}{2}\sigma_x. \quad (5.15)$$

Pour déterminer si l'ajout du couplage spin-orbite permet d'obtenir des résultats valides, une comparaison avec les résultats présentés dans [91] est effectuée. Les paramètres utilisés, $m^* = 0.055m_e$ et $E_F = 23$ meV, correspondent à une hétérostructure d'InAs. Le couplage spin-orbite est pris égal à 2.3×10^4 m/s, ce qui correspond à une séparation en champ du premier pic de focalisation magnétique d'environ 20 mT.

Les signatures observées sont exposées à la figure 5.7, où l'on remarque qu'une séparation en champ comparable à celle attendue. On remarque aussi que l'amplitude du signal est d'un facteur 10 plus faible que pour un signal dans la géométrie avec grilles électrostatiques sans couplage spin-orbite. Ceci est attribuable à la largeur de 70 nm des contacts. En effet, plus de deux modes (spin \uparrow et \downarrow) sont injectés dans le système. Expérimentalement, le signal peut être plus faible pour cette même raison, mais peut aussi être causé par du désordre dans les dispositifs, ce qui n'a pas été inclus dans les simulations [99].

Ces résultats démontrent la possibilité de reproduire les résultats obtenus par [91]. Également, il permet de décrire adéquatement un système de transport quantique dans un champ magnétique avec et sans couplage spin-orbite intrinsèque. Dans un système semblable, l'expérience complète de focalisation magnétique incluant la polarisation en spin des contacts, peut être simulée. Toutefois, ces simulations dépassent le cadre de ce travail. Notons que l'ajout de grilles électrostatiques au modèle aurait facilité cette étape ce qui peut être réalisé aisément.

5.3.3 Champ magnétique non-uniforme

Dans le cas d'un nanofil unidimensionnel, la transformation unitaire présentée au chapitre 1 permet de déterminer la force du couplage spin-orbite créé par la texture magnétique d'un microaimant. Dans le cas bidimensionnel, il est plus difficile de déterminer la contribution du champ magnétique non uniforme. Les simulations suivantes permettent d'abord d'analyser les résultats expérimentaux, mais également d'obtenir une meilleure compréhension de l'impact du microaimant sur le couplage spin-orbite.

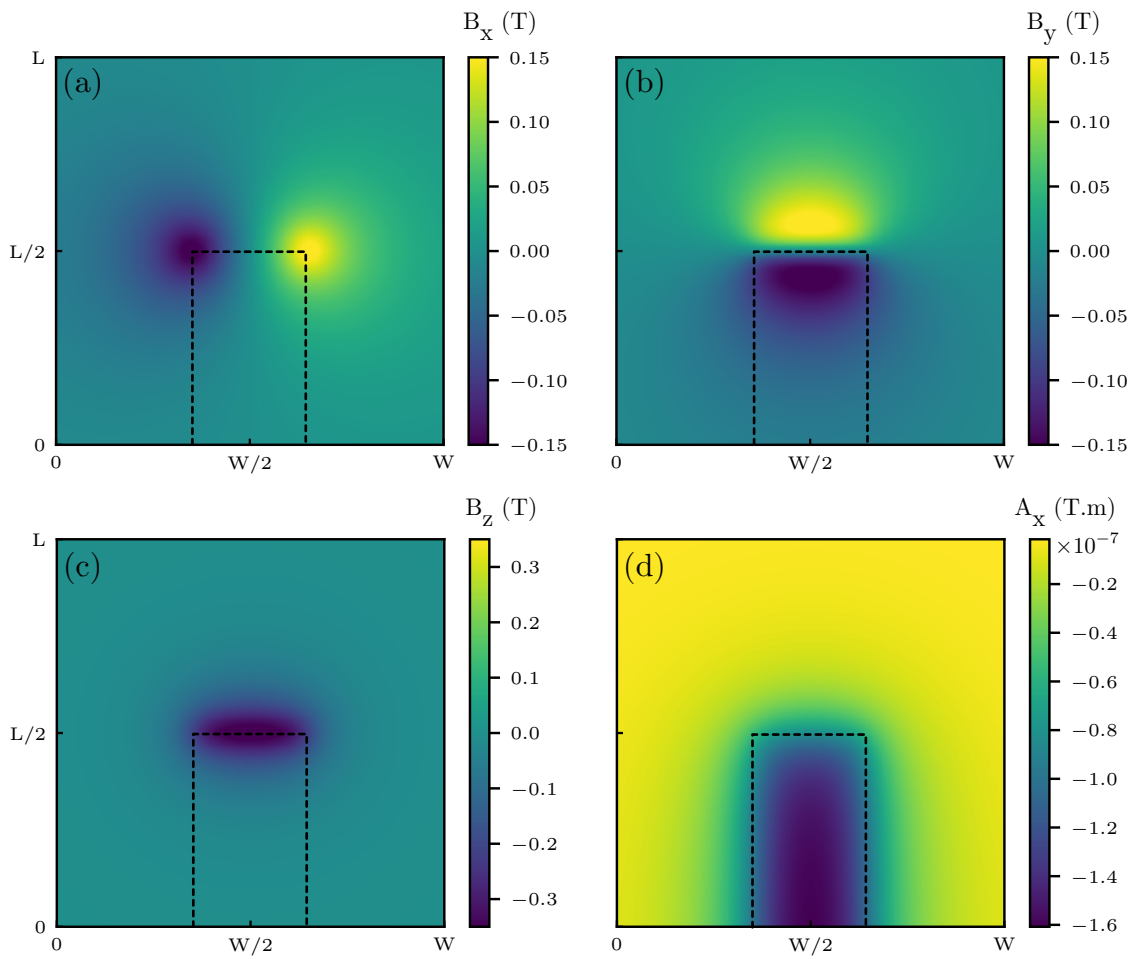


FIGURE 5.8 Champ magnétique et potentiel vecteur créé par un microaimant dans la géométrie de focalisation magnétique. (a)-(c) Composantes du champ magnétique non-uniforme créé par un microaimant d'une largeur de 600 nm, d'épaisseur de 200 nm, placé à 100 nm au-dessus du gaz d'électron bidimensionnel. (d) Composante x du potentiel vecteur créé par le microaimant. A_y étant nul et A_z n'entrant pas dans le terme intersite, ces composantes ne sont pas présentées ici. Le profil de champ magnétique et du potentiel vecteur sont obtenus à l'aide du module Radia [68].

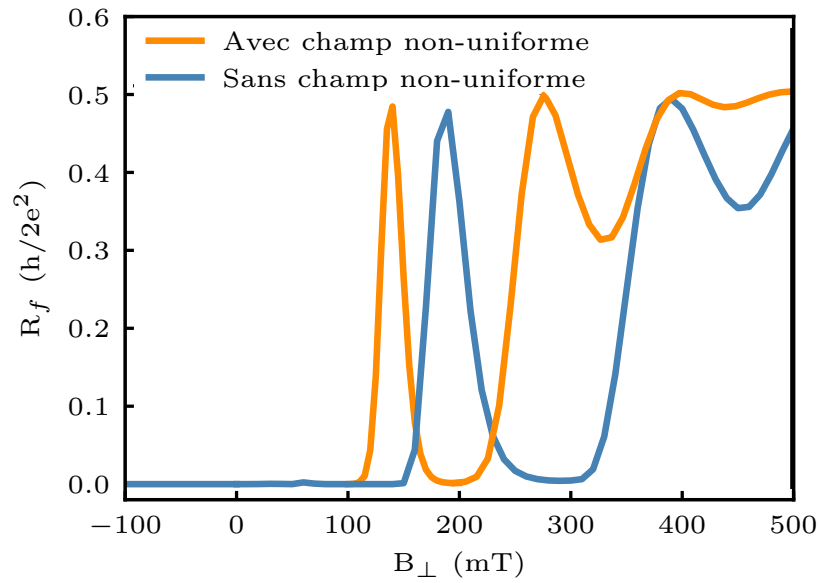


FIGURE 5.9 Résistance de focalisation magnétique en fonction du champ magnétique externe avec et sans champ magnétique non-uniforme produit par le microaimant. Les simulations numériques sont effectuées dans une géométrie où l’injecteur et le détecteur sont respectivement les contacts #1 et #2. Le signal est obtenu pour un système de taille $L = W = 2 \mu\text{m}$, avec un pas de réseau $a = 5 \text{ nm}$. La tension des grilles électrostatique est fixée à -48 mV , de manière à ce que l’injecteur et le détecteur aient une conductance égale à $2e^2/h$.

Pour tenir compte du champ magnétique non-uniforme, le potentiel vecteur \mathbf{A} du champ des aimants est déterminé via le logiciel de simulations par élément fini Comsol. Les composantes du champ magnétique et du potentiel vecteur principalement localisées près de l’aimant sont exposées à la figure 5.8. La substitution de Peierl (5.12) permet ensuite d’inclure cet effet au modèle. Notons que l’énergie Zeeman doit prendre en compte le champ magnétique créé par le microaimant.

La figure 5.9 présente une comparaison entre le signal observé avec et sans le champ magnétique non-uniforme créé par le microaimant. On remarque d’abord que l’ajout de ce champ a pour effet de décaler le signal de focalisation magnétique vers $B_{\perp} \rightarrow 0$. Cet effet est attribuable à la contribution au champ magnétique transverse total produite par le microaimant. Toutefois, on remarque également qu’aucune séparation du pic n’est observée, ce qui est contraire aux attentes.

5.3.4 Perspectives

Bien que les résultats des simulations numériques ne permettent pas d'expliquer les résultats expérimentaux obtenus, plusieurs avenues peuvent être explorées. D'abord, des effets de contraintes peuvent être ajoutés au modèle. Pour ce faire, le pas du réseau peut être modifié en certains points du système. Également, des effets du couplage spin-orbite due à la contribution du champ électrique produit par les grilles électrostatiques et les détails de l'hétérostructure peuvent être ajoutés. Ces ajouts au modèle dépassent le cadre de ce travail. L'effet du désordre sur les signatures de pics de focalisation magnétique peut également être étudié.

Bien qu'il reste plusieurs étapes pour élucider la nature et l'amplitude de la séparation du pic observé expérimentalement, les travaux présentés dans ce chapitre posent les bases d'un modèle de simulations versatile et modulable tenant compte de plusieurs facteurs pouvant influencer la focalisation magnétique. En effet, la géométrie des grilles, les paramètres de matériaux, la force du couplage spin-orbite et le champ magnétique externe peuvent être modifiés pour s'adapter à divers systèmes expérimentaux.

Conclusion

Les travaux de ce mémoire touchent à l'ingénierie du couplage spin-orbite, un ingrédient important pour les expériences modernes en physique mésoscopique [119]. Plus particulièrement, l'étude réalisée vise le développement d'une plateforme bidimensionnelle d'informatique quantique robuste aux erreurs basée sur les états liés de Majorana dans les systèmes à l'état solide. Dans cette optique, l'étude théorique de faisabilité de l'architecture proposée, de même que les premiers pas vers la démonstration expérimentale d'un couplage spin-orbite artificiel ont été réalisés.

Dans un premier temps, l'impact de réseaux d'aimants optimisés sur l'émergence d'états liés de Majorana dans des matériaux utilisés en microélectronique a été étudié. Les résultats obtenus montrent une protection topologique des états liés de Majorana plus faible que pour les matériaux à fort couplage spin-orbite. Toutefois, ces travaux forgent l'intuition quant à l'impact des changements dans les paramètres variables sur la protection topologique de ces états. Également, un pan important de cette étude est l'ajout du désordre dans la modélisation des réseaux de microaimants pouvant avoir un effet néfaste sur les signatures d'états liés de Majorana. Ces résultats issus d'une collaboration avec le groupe théorique du Pr Ion Garate font l'objet d'une publication en cours de révision [25].

Dans un deuxième temps, en vue de caractériser le couplage spin-orbite produit par un microaimant dans un gaz d'électrons bidimensionnel, une expérience de focalisation magnétique ainsi qu'une plateforme de simulations numériques ont été mises en place. Pour réaliser les mesures de focalisation magnétique, un montage expérimental muni d'un aimant vectoriel a été conçu, fabriqué et caractérisé. Ensuite, la plateforme de simulations a permis d'étudier l'influence du couplage spin-orbite, du désordre et du potentiel électrostatique aux systèmes bidimensionnels en jeu. Ces travaux ont permis d'offrir au groupe de recherche des lignes directrices pour la conception d'un aimant vectoriel, un produit fini pouvant s'adapter à plusieurs montages expérimentaux ainsi qu'une plateforme de simulations numérique modulable et versatile.

Finalement, bien que cet aspect n'ait pas été discuté dans ce mémoire, une étude préliminaire de supraconductivité induite dans une hétérostructure de Si/SiGe a été effectuée. Cette étape représente un jalon important vers la mise en place d'un dispositif de Majorana. Les résultats, issus d'une collaboration avec Sandia National Laboratories, ont permis d'identifier des développements futurs en vue d'une démonstration future d'un gap supraconducteur induit dans cette hétérostructure.

Ensemble, ces travaux ont permis de s'attaquer à plusieurs requis expérimentaux d'un dispositif faisant l'ingénierie de la chaîne de Kitaev dans une hétérostructure bidimensionnelle. Les prochaines étapes de ce projet visent d'abord l'amélioration des signatures de focalisation magnétique et de supraconductivité induite ainsi que la mise en commun de ces ingrédients.

Annexe A

«Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g -factor materials»

L'article suivant est le résultat d'une collaboration entre le groupe de recherche du Pr Ion Garate sur l'étude d'états liés de Majorana avec réseaux d'aimants optimisés dans un système bidimensionnel. Ce travail est une application de l'algorithme développé par Samuel Boutin [60] à diverses géométries d'aimants périodiques. Cette étude a permis d'évaluer la robustesse des états liés de Majorana en fonction des divers régimes de paramètres et du désordre dans les textures magnétique pouvant être causés par les procédés de fabrication. Également, plusieurs matériaux à faible facteur g sont considérés.

Les considérations expérimentales quant aux géométries d'aimants prises en compte ici proviennent des travaux effectués par Julien Camirand Lemyre [30]. Les résultats principaux sont détaillés au chapitre 2 de ce mémoire. La rédaction du manuscrit a été réalisée conjointement avec les membres de l'équipe.

Optimized micromagnet geometries for Majorana zero modes in low g-factor materials

Sara Turcotte,¹ Samuel Boutin,¹ Julien Camirand Lemyre,¹ Ion Garate,¹ and Michel Pioro-Ladrière^{1,2}

¹*Institut quantique et Département de physique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada*

²*Canadian Institute for Advanced Research, Toronto, Ontario, Canada.*

(Dated: January 17, 2020)

Solid-state experimental realizations of Majorana bound states are based on materials with strong intrinsic spin-orbit interactions. In this work, we explore an alternative approach where spin-orbit coupling is induced artificially through a non-uniform magnetic field that originates from an array of micromagnets. Using a recently developed optimization algorithm, we find suitable micromagnet geometries for the emergence of topological superconductivity in a one-dimensional wire without intrinsic spin-orbit coupling. We confirm the robustness of Majorana bound states against micromagnet nanofabrication errors, and identify low g-factor materials commonly used in mesoscopic physics experiments as viable candidates for Majorana devices.

I. INTRODUCTION

Topologically protected states, such as Majorana zero modes, are envisioned as building blocks for hardware efficient quantum computation [1, 2]. One of the most promising implementations relies on semiconducting nanowires with strong spin-orbit coupling and proximity-induced superconductivity [3–5]. In this setup, a magnetic field can drive a topological phase transition, where Majorana bound states (MBS) emerge as localized states at the ends of the nanowire [6]. Recent experiments have shown increasingly convincing signatures of these modes in InAs [7, 8] and InSb [9–11] nanowires. But despite progress in growth techniques [5], scaling the nanowire approach to the two-dimensional networks needed for quantum computation remains a daunting task [12–14].

Motivated by the aforementioned difficulty, new top-down fabrication methods for InAs/Al heterostructures are under development [15–17]. Likewise, exploring other classes of planar materials could lead to new prospects for MBS-based devices. For example, the low disorder of GaAs/AlGaAs or Si/SiGe heterostructures could be beneficial for topological protection [18], and the well-established fabrication capabilities of materials such as silicon would be an asset for the development of complex devices [19]. Even though induced superconductivity was demonstrated in several of these low g-factor materials [20–22], the absence of a strong spin-orbit coupling hinders the possibility of a topologically protected phase. This lack of intrinsic spin-orbit coupling can be remedied with the help of an inhomogeneous magnetic texture [23], engineered by the use of magnetic adatoms [24], arrays of micromagnets [25, 26], magnetic domains [27], or magnetic tunnel junctions [28–30] placed in proximity to the wire. The latter was also proposed as an alternative approach for the braiding of MBS.

In this work, we focus on architectures in which magnetic textures are created by micromagnet arrays. Although the idea of using magnetic textures for the engineering of topological phases is widely recognized [23–25, 31, 32], relatively little effort has been devoted

towards modeling realistic magnet arrays and understanding the effect of non-helical magnetic fields on MBS [26, 28]. In addition, two important obstacles of the micromagnet approach have been largely overlooked. First, the small g-factors in semiconductors such as Si, Ge or GaAs/AlGaAs heterostructures limit the Zeeman energy and therefore make it more difficult to reach the topological phase. Second, this approach is subjected to an additional source of disorder due to the possible misplacement of micromagnets during nanofabrication.

The main objective of the present paper is to demonstrate that robust topological superconductivity can be engineered in low g-factor materials placed in proximity to realistic micromagnet arrays, with the crucial help of an automated process [33] that determines the optimal magnet arrangement. In Sec. II, we introduce the model describing the Majorana wire and review the method used to optimize the shape and position of the micromagnets. In Sec. III, we investigate three simple magnet geometries and assess their robustness against variations of tunable parameters such as the chemical potential and the external magnetic field. Section IV focuses on the impact of possible micromagnet misplacements arising during the fabrication process, and identifies geometries that are resilient to this additional disorder channel. Finally, in Sec. V we analyze the engineering of MBS in various low g-factor materials, and discuss the influence of micromagnets on wires with strong intrinsic spin-orbit coupling.

II. MODEL AND METHODS

A. Single-channel nanowire model

We consider a single-band nanowire of length L with proximity-induced s-wave superconductivity. This wire could be for example a genuine nanowire or the result of electrostatic gating in a two-dimensional electron gas (2DEG) formed at the interface of a semiconductor heterostructure. Below, we will mostly concentrate on the latter scenario.

The low energy physics of the wire is described by the Hamiltonian

$$H = H_0 + H_\Delta, \quad (1)$$

where

$$H_0 = \int_0^L dx \psi^\dagger(x) \mathcal{H}_0(x) \psi(x) \quad (2)$$

is the non-superconducting part, $\psi^{(\dagger)}(x)$ is a two-component spinor that annihilates (creates) an electron at position x , and

$$H_\Delta = \int_0^L dx \left[\Delta \psi_\uparrow^\dagger(x) \psi_\downarrow^\dagger(x) + h.c. \right] \quad (3)$$

is the superconducting part with the proximity-induced s-wave gap Δ . In Eq. (2), we have defined

$$\mathcal{H}_0(x) = \frac{p_x^2}{2m^*} - \mu + \frac{1}{2} g \mu_B \mathbf{B}(x) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (4)$$

with $p_x = -i\hbar\partial_x$, m^* the effective mass, μ the chemical potential, g the effective g -factor, μ_B the Bohr magneton and $\boldsymbol{\sigma}$ a vector of spin Pauli matrices. In addition, the total local magnetic field reads

$$\mathbf{B}(x) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b}(x), \quad (5)$$

where we have separated an external uniform magnetic field \mathbf{B}_0 from the magnetic texture $\mathbf{b}(x)$ that is generated by polarized micromagnets (see Sec. III). We simulate cobalt micromagnets with a magnetization of $M = 1.8$ T parallel to a polarization field of amplitude $|\mathbf{B}_0| = 0.2$ T [34]. The non-uniform magnetic field can be calculated either analytically (in the case of bar magnets [35]) or else using finite elements calculations [36]. Unless otherwise specified, we focus on silicon with $m^* = 0.2$ (in units of the bare electron mass) and $g = 2$. For this material, we neglect the weak intrinsic spin-orbit interaction [19, 26] and consider a wire of length $L = 5$ μm . The interplay between intrinsic spin-orbit coupling and magnetic textures will be considered in Sec. V. In that case, Eq. (4) must be modified to include the additional term $\alpha p_x \sigma_y$, where α is the intrinsic spin-orbit coupling strength.

As shown in e.g. Ref. [25], a magnetic field rotating in space is unitarily equivalent to the action of a uniform magnetic field and spin-orbit coupling oriented perpendicular to the field rotation plane. In the simple magnet geometries considered below, the field rotation will take place on a single plane. Then, the amplitude of the artificial spin-orbit coupling can be written as

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\hbar}{2m^*} \frac{d\phi}{dx}, \quad (6)$$

where ϕ is the magnetic field angle. In the case of a perfect spiral field of period p , with $\mathbf{b} = b_0 [\cos(2\pi x/p) \hat{\mathbf{x}} + \sin(2\pi x/p) \hat{\mathbf{z}}]$, the artificial spin-orbit

coupling is uniform along the wire and has an amplitude $\alpha_{\text{eff}} = \hbar\pi/mp$.

Depending on the material used to form the 2DEG, various techniques can be employed to induce superconductivity in the channel [20–22]. Experimentally, the amplitude of the proximity-induced superconducting gap will depend on multiple parameters such as the semiconductor-superconductor interface transparency, the applied external magnetic field and the superconductor thickness [37]. As these parameters are sensitive to experimental details, hereafter we adopt the conservative estimate of $\Delta = 16.5$ $\mu\text{eV} \approx 200$ mK, which is approximately half the superconducting gap reported for doped silicon at zero external field in Ref. [20]. For simplicity, we approximate Δ to be independent of the magnetic field texture. This approximation is justified when the critical field of the bulk superconductor far exceeds $|\mathbf{B}(x)|$, a circumstance that will be realized when using niobium, for example.

In the following sections, we characterize the MBS by diagonalizing numerically a discretized version of Eq. (1). From the diagonalized Hamiltonian, we extract (i) the energy gap Δ_0 , also referred to as the topological gap, which separates the zero modes from the low-lying quasiparticle excitations, and (ii) the energy splitting ϵ_M between the two MBS. The latter quantity gives a quantitative measure of the MBS localization (ϵ_M decreases as the overlap between the MBS wave functions is reduced) [18]. Together, Δ_0 and ϵ_M characterize the topological protection of the MBS and provide bounds on timescales for braiding operations in future Majorana-based qubits [2].

B. Optimization method

Finding the optimal spatial configuration of the micromagnets, which will lead to the largest Δ_0 and smallest ϵ_M , is a nontrivial task. Here, we optimize micromagnet geometries following the RGF-GRAPE algorithm [33], which is based on an analogy between the recursive Green's function (RGF) method [38] used for quantum transport calculations and the gradient ascent pulse engineering (GRAPE) algorithm of quantum optimal control [39]. RGF-GRAPE allows for an efficient gradient-based optimization of functions of local (on-site) retarded Green's functions.

The optimization procedure is carried out for a nanowire that is weakly coupled to normal metallic leads [33]. The algorithm maximizes (minimizes) the localization length of zero-energy states when the wire is in the trivial (topological) phase. As a result, irrespective of the initial values of the tunable parameters, the algorithm converges towards regions in parameter space that are deep in the topological regime. The localization length is obtained from the zero-energy local density of states. In addition, the topological phase is characterized using the so-called *topological visibility* Q [40]. For a finite-size superconducting wire breaking time-reversal

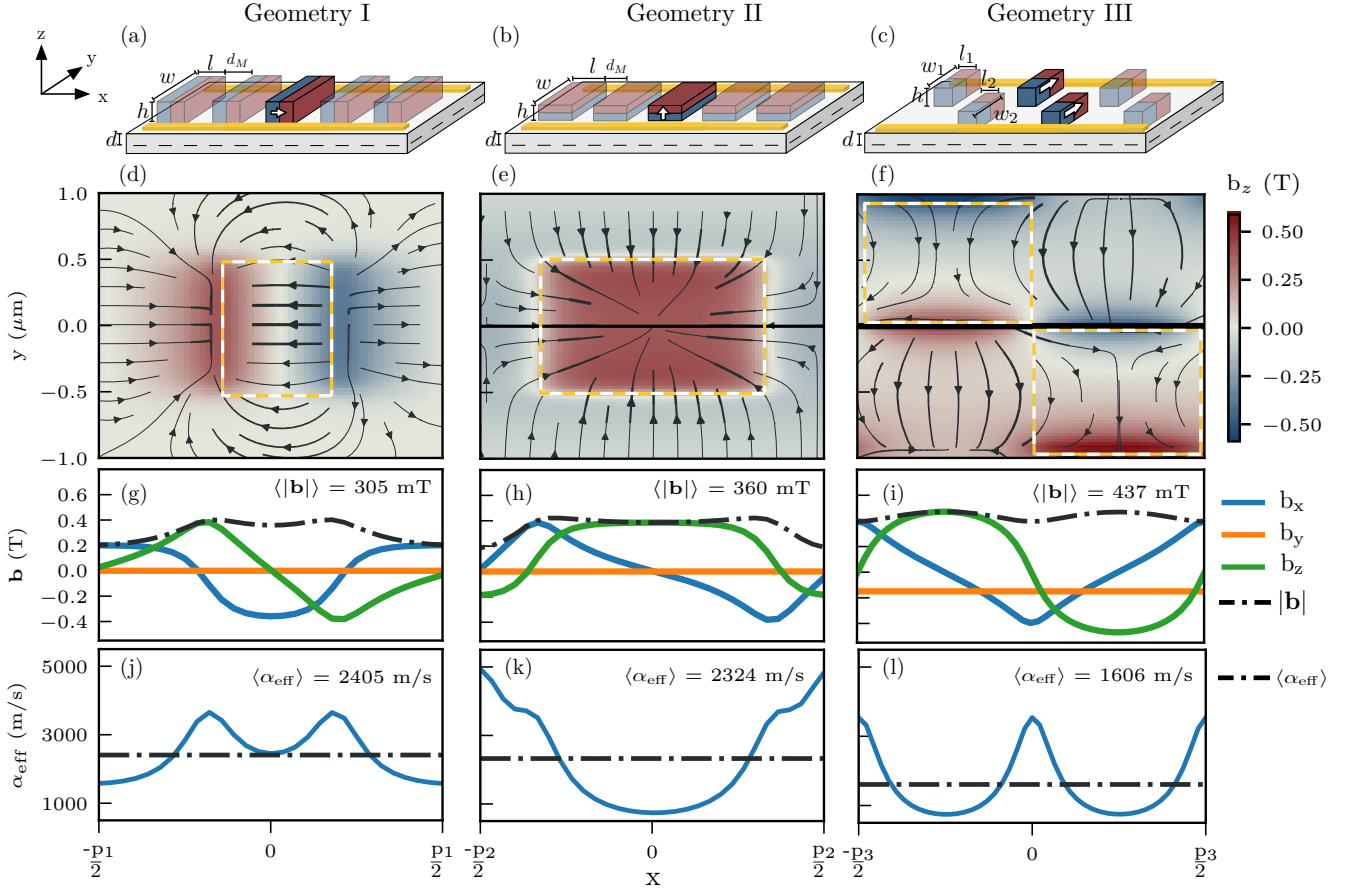


FIG. 1. (a-c) Schematics of the three studied geometries with all micromagnets polarized along the same direction. The magnets form arrays of periodicity p . Electrostatic gates (yellow) are used to deplete the two-dimensional electron gas located at a depth d below the heterostructure surface. A uniform external field is applied in the polarization direction. (a) Magnets polarized along the x axis, with parameters $l = h = 265$ nm, $w = 1$ μm , $d_M = 490$ nm, and $p = 755$ nm. (b) Magnets polarized along z axis, where $l = 520$ nm, $w = 1$ μm , $h = 280$ nm, $d_M = 250$ nm, and $p = 800$ nm. (c) Magnets polarized along y , with $l_{1,2} = 575$ nm, $w_1 = 960$ nm, $w_2 = 930$ nm, $h = 575$ nm, $y_1 = 480$ nm, $y_2 = -465$ nm, and $p = 1.15$ μm . (d-f) Magnetic field lines within a unit cell, at $d = 50$ nm. The color map describes the z component of the field. The black line at $y = 0$ represents the nanowire position, while the white and yellow dashed lines represent magnets in the unit cell. (g-i) Profiles of all three components of the magnetic field, at $d = 50$ nm. The dashed line denotes the magnitude of \mathbf{b} . (j-l) The corresponding effective spin-orbit coupling generated by $\mathbf{b}(x)$. The dashed line denotes the spatial average of α_{eff} over a unit cell.

symmetry (class D [41]), this quantity can be obtained from the scattering matrix as $Q = \det r$, where r is the zero-energy reflection matrix in the Majorana basis. The \mathbb{Z}_2 topological invariant characterizing the phase is then simply $\mathcal{Q} = \text{sign}(Q)$, with $\mathcal{Q} = \pm 1$ in the trivial (+1) and topological (-1) phase [42].

We refer the reader to Ref. [33] for an extensive discussion of the optimization algorithm. Here, we simply mention some differences in the implementation of the algorithm between Ref. [33] and the present work. First, we use a basin hopping global optimization method [43]. This algorithm implements a series of gradient-based optimizations separated by stochastic perturbations to the optimization solution, which allows to explore a larger portion of parameter space and reduce the risk of finding low quality local extrema. Second, we perform the optimization simultaneously for wires with different chemical

potentials and require that all of them attain the topological phase. This favors solutions where the topological phase is stable on a larger chemical potential range, a desirable outcome for experimental implementations. Finally, since we consider a relatively small optimization parameter space (see Sec. III-V), we employ a simpler finite difference gradient calculation instead of the analytical gradient used in Ref. [33].

III. MICROMAGNET ARRAYS

A. Optimized geometries

In the following, we focus on geometries where all magnets are polarized in the direction of the external magnetic field \mathbf{B}_0 . This design choice leads to rotating

magnetic field textures while circumventing the need for complex magnet arrays that would contain either materials with different magnetization profiles or small single-domain magnets arranged in an anti-parallel fashion [44]. For the latter configuration, an external field exceeding the coercive field would align all magnets and potentially ruin the field texture needed to attain MBS. Such constraint is absent in the geometries we consider, thereby enabling a larger parameter space for the engineering of MBS.

The three magnet arrangements (I, II and III) we study are depicted in Fig. 1 (a-c). In all three geometries, an array of micromagnets and electrostatic gates are placed at a distance d above a 2DEG. The gates produce the desired confinement potential to form a single band nanowire in the 2DEG. The magnets are polarized along the x -, z -, and y -axes for geometries I, II and III (respectively). We note that geometry III presents the added advantage of having the external field aligned along the easy axis of the magnets. The lower polarization field of the magnets in this configuration extends the tuning range of the external field.

An automated optimization of each geometry allows us to systematically take into account constraints on the design of the magnet arrays. Thus, we restrict the optimization to experimentally realizable identical magnets with dimensions $h, w, l, d_M \geq 50$ nm and a conservative aspect ratio of $h/\max(l, w) \leq 1$ (see Fig. 1 for parameter definitions) [45, 46]. Although non-periodic arrays might give rise to improved topological properties [33], we restrict the optimization to periodic arrays containing one or two micromagnets per unit cell. Thus, the starting point for the optimization is a periodic array of cubic magnets with dimensions $h, w, l, d_M = 500$ nm. Aperiodicities originating from fabrication errors will nevertheless be accounted for in Sec. IV.

Figures 1 (d-i) display the results of the optimization procedure for each geometry. An external magnetic field of $|\mathbf{B}_0| = 200$ mT, necessary to polarize the magnets, was included in the optimization. While this additional field can be detrimental to the emergence of Majorana modes [26], in the case of geometries I and III the optimization procedure naturally finds magnet array designs whose magnetic texture is offset in order to compensate for the external field. Geometry II appears to make the design of such an offset more difficult and no solution of this type is found by the optimization procedure. The resulting spin-orbit coupling calculated from Eq. (6) (without the polarizing field) is shown in Fig. 1 (j-l) and highlights the differences in spin-orbit profile for geometries with similar average Zeeman energies. The three geometries present an average spin-orbit coupling greater than 1600 m/s. While this is an order of magnitude lower than typical values observed in InAs or InSb nanowires, it does not constitute the limiting factor to reach the topological phase (see Sec. III B).

To better appreciate the benefits of the optimization procedure, Fig. 2 (a) compares the topological gap as a

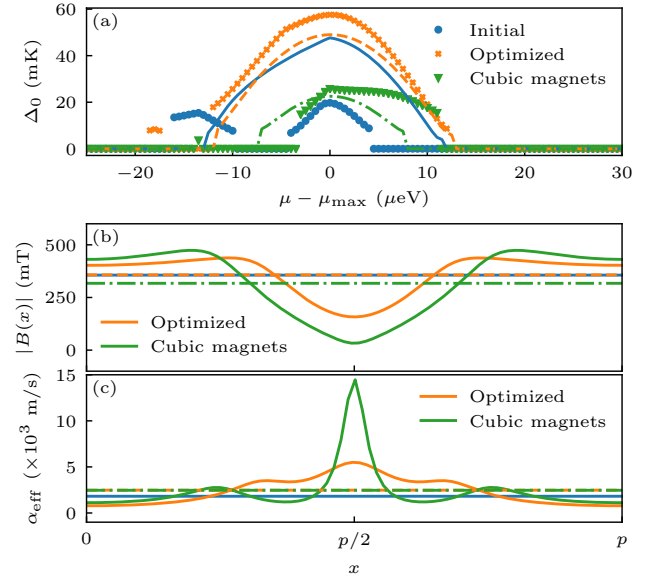


FIG. 2. Topological gap, total magnetic field amplitude and effective spin-orbit coupling for geometry I. Blue, orange and green curves correspond respectively to the starting point of the optimization, to the outcome of the optimization and to an array of cubic magnets with the same periodicity as the optimized geometry. (a) Topological gap as a function of the wire chemical potential, with $\Delta_0 = 0$ indicating the trivial phase. The chemical potential is offset so that the maximal value of Δ_0 is at $\mu - \mu_{\max} = 0$ μeV . The circles, crosses and triangles are the results for magnet arrays. The lines are the results for a perfectly spiral magnetic texture, whose amplitude and periodicity correspond to the average value of the magnetic field and spin-orbit coupling in the magnet array. (b) Amplitude of the total magnetic field for a unit cell of length $p = 755$ nm. (c) Effective spin-orbit coupling strength calculated from Eq. (6). The orange dashed (green dotted-dashed) horizontal lines indicate the average of the curves over a unit cell, while the blue lines are the average values for the initial array. Even though the average Zeeman and spin-orbit energies vary little in the course of the optimization, the gain in the topological gap is significant.

function of the wire chemical potential for the initial and optimized arrays in geometry I. The optimization leads to an increase of the topological gap by a factor of ~ 3 and the topological phase is reached for a significantly wider range of the chemical potential.

As the optimized array has a smaller unit cell than the initial one, it is natural to wonder whether the observed improvement of the topological gap is solely the result of a larger effective spin-orbit coupling (a 35% increase). To investigate this, we compare the optimized array to an array of cubic magnets with the same periodicity. While the increased spin-orbit coupling due to the reduced period does lead to an increased topological gap, the array of cubic magnets falls short from the optimized array. As shown in Fig. 2 (b), this can be understood by the 15% larger Zeeman energy of the optimized array

compared to the cubic magnets. Another advantage of the optimized array with respect to the cubic array is that its magnetic texture partly compensates the external magnetic field. This compensation, beneficial for the topological gap, leads to smoother magnetic field profiles [see Fig. 2 (b,c)].

Finally, Fig. 2 (a) shows that the dependence of Δ_0 on μ is similar in the optimized array and in a hypothetical wire with spatially uniform Zeeman and spin-orbit energies, provided that the latter are chosen to be equal to the spatially averaged values $\langle\alpha_{\text{eff}}\rangle$ and $g\mu_B\langle|\mathbf{B}|\rangle$ of the optimized array. This behavior is reproduced in optimized arrays belonging to geometries II and III.

B. Robustness over parameter variations

It is important to assess whether or not the optimized geometries obtained in Sec. III A exhibit robust MBS over modest changes of parameters such as the chemical potential, the external magnetic field and the induced superconducting gap. Indeed, a geometry presenting a high sensitivity to such parameters would be difficult to implement experimentally, due to a limited precision in attaining the parameter values.

Although the engineered magnetic textures are not perfectly helical, we can gain useful intuition by comparing numerical results to the analytic expressions for this ideal case. In a long nanowire without intrinsic spin-orbit coupling placed under a helical magnetic field and without any uniform external field, the condition for the appearance of MBS reads

$$\frac{1}{2}g\mu_B|\mathbf{b}| > \sqrt{|\Delta|^2 + (\mu - \tilde{\mu})^2}, \quad (7)$$

where $\tilde{\mu}$ is a renormalized chemical potential due to the effective spin-orbit coupling and $|\mathbf{b}|$ the amplitude of the spiral field [25]. From Eq. (7), we anticipate that the topological phase will be realized in a larger interval of chemical potential when the amplitude of the Zeeman energy is increased. This expectation is confirmed by Fig. 3 (a), where geometry III displays the widest range of μ for which $\Delta_0 > 0$.

The intuition from the ideal helical case can be extended to understand the dependence of the topological gap on various parameters. In the ideal case, the topological protection is determined from the energy gaps at zero momentum ($k = 0$) and at the Fermi momentum ($k = k_f$). Following the notation of Ref. [47], we define the gap at $k = 0$ in the $\mu \approx \tilde{\mu}$ limit as

$$\Delta_1 = \frac{1}{2}g\mu_B|b - b_c|, \quad (8)$$

where $b_c = 2\Delta/(g\mu_B)$ is the critical field at which the topological phase transition occurs [cf. Eq. (7)]. The gap at $k = k_f$ is given by

$$\Delta_2 \approx \frac{2\Delta}{[2 + \sqrt{(g\mu_B b/2)^2/E_{\text{so}}^2 + 4}]^{1/2}}, \quad (9)$$

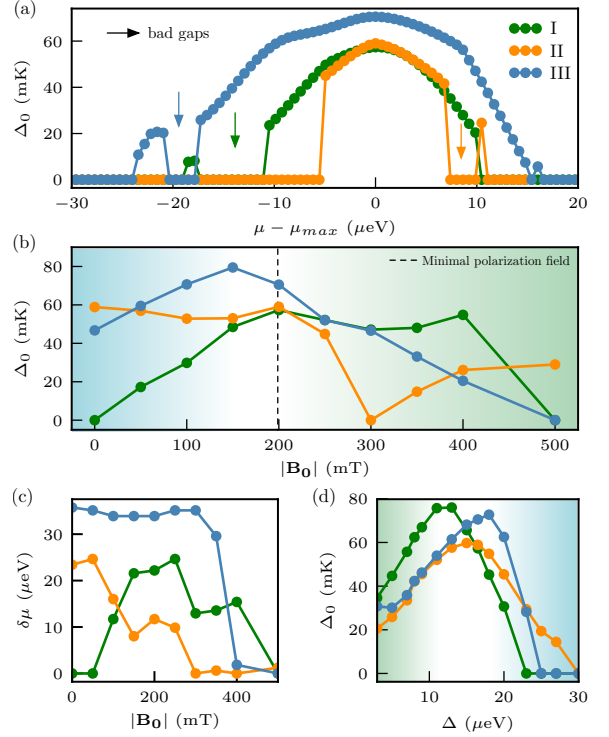


FIG. 3. Robustness of the topological gap under the variation of parameters in all three geometries. (a) Topological gap Δ_0 as function of the chemical potential at $B_0 = 200$ mT. In each geometry, the plots are offset by μ_{max} for the sake of comparison. (b) Magnetic field dependence of Δ_0 at $\mu - \mu_{\text{max}} = 0$. (c) Dependence of $\delta\mu$ (namely the interval of chemical potential for which $\Delta_0 > 10$ mK) on the external magnetic field. (d) Effect of the superconducting proximity gap Δ on the topological gap. The shaded areas in panels (b) and (d) represent the regions where the topological gap is limited by Δ_1 (blue) or Δ_2 (green); see main text for definitions.

where $E_{\text{so}} = m^*\alpha_{\text{eff}}^2/2$ is the spin-orbit energy scale. The topological gap is dictated by the smallest between Δ_1 and Δ_2 . As we enter the topological phase from lower magnetic fields ($g\mu_B b \gtrsim \Delta$), Δ_0 is limited by Δ_1 . Deeper in the topological phase ($g\mu_B b \gg \Delta$), the topological gap becomes limited by Δ_2 , which decreases as the ratio $g\mu_B b/E_{\text{so}}$ increases. The latter effect follows from a reduction of the effective p -wave superconducting gap, due to the alignment of spins at $\pm k_f$ as the Zeeman field is increased.

The preceding observations are also relevant to wires placed in proximity to micromagnet arrays, as evidenced by Fig. 3 (b). For geometries I and III, the additional Zeeman energy at low external field brings the wire deeper into the topological phase (i.e. Δ_0 grows with B_0) by increasing Δ_1 . At higher B_0 , the suppression of Δ_2 brings about a decrease in Δ_0 . For geometry II, the effective spin-orbit coupling is weak enough to have $\Delta_1 > \Delta_2$ at $B_0 = 0$ T. In this case, Δ_0 is limited by Δ_2 . Accordingly, Δ_0 is quite insensitive to the external field at low

B_0 , and decreases as B_0 is made stronger. At high B_0 , the function $\Delta_0(B_0)$ is nevertheless more complex than in uniform wires with perfect spiral fields, because the band structure is distorted by the non-uniform spin-orbit coupling and the appearance of undesired gaps.

Suppressions and revivals of the topological gap are revealed in Fig. 3 (a) as the chemical potential is varied. Maurer *et al.* showed [26] that undesired gaps (so-called *bad gaps*) appear in the band structure when the average Zeeman energy over a unit cell is nonzero. When the chemical potential enters a bad gap, the wire becomes a trivial insulator ($\Delta_0 = 0$). For all three geometries, the polarizing field offsets one component of the total magnetic field, thus creating a nonzero average field in a unit cell. From there, increasing the amplitude of the external field augments the energy spans for undesired gaps. As expected from the discussion of Fig. 1(g-i), this effect is most striking for geometry II where the texture cannot compensate the external magnetic field. This is further highlighted in Fig. 3 (c), where we define $\delta\mu$ as the chemical potential range over which $\Delta_0 > 10$ mK. Sharp steps in $\delta\mu(B_0)$ are indicative of the opening of bad gaps in the band structure, and the fastest reduction of $\delta\mu$ is observed for geometry II. We also note that finite size effects contribute to the reduction of $\delta\mu$ at $B \gtrsim 300$ mT due to the overlap of the MBS wave functions.

In low g-factor materials, the interplay between Δ_0 and Δ can be crucial for the observation of MBS (see Fig. 3 (d)). All geometries show robust MBS for values of Δ that are close to those reported experimentally in low g-factor materials at zero external field [20, 21]. Far from the crossover between Δ_1 -limited and Δ_2 -limited regions, the topological gap varies roughly linearly with Δ . This agrees with the behavior that one would expect in a uniform wire. However, the non-helical character of the magnetic texture becomes evident in the fact that the slope in the Δ_1 -limited region (at higher Δ) is not the same for all geometries.

IV. MAJORANA MODES WITH DISORDERED MAGNET ARRAYS

In a real device, errors in micromagnet patterning give rise to disordered arrays with non-periodic magnetic field profiles. In this section, we investigate the robustness of MBS to such fabrication noise. Specifically, we focus on the impact of random deviations from the optimized array designs on two key quantities: (i) the topological gap (Δ_0), and (ii) the energy splitting between the MBS (ϵ_M).

We model the experimental variations by allowing deviations from the optimized dimensions and positions of each magnet in the array. These deviations are sampled from a gaussian distribution with a standard deviation of 20 nm. We assume the deposition of cobalt to be made in a single step, such that all magnets have the same height. The chemical potential for a wire with a disordered ar-

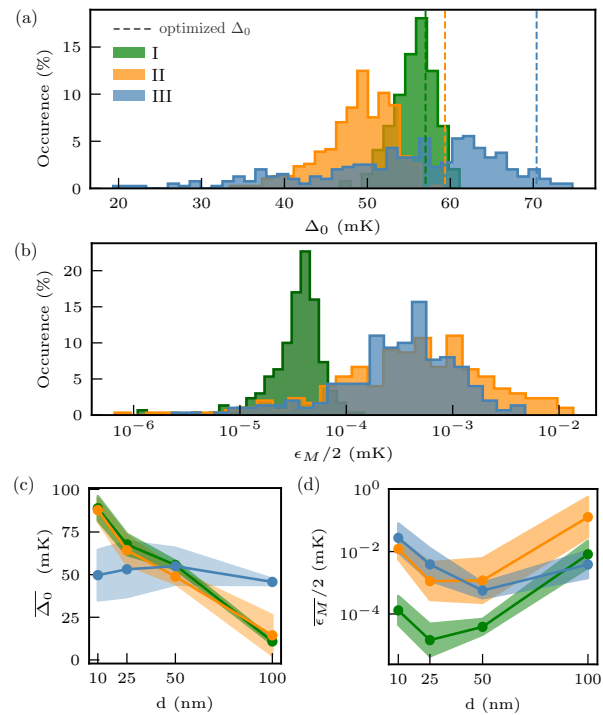


FIG. 4. Impact of fabrication errors on MBS characteristics of optimized arrays. The histograms compile (a) the topological gap Δ_0 , and (b) the MBS energy splitting ϵ_M for 300 realizations of disorder. (c,d) Disorder-averaged values of Δ_0 and ϵ_M , represented by filled circles, for optimized arrays at different 2DEG depths d . The shaded area represents the standard deviation.

ray is fixed to the optimized value obtained for an array without noise.

Figures 4 (a-b) and Table I depict the influence of disordered arrays on the MBS parameters. We find that certain disorder configurations lead to better MBS characteristics in geometries I and III, while all realizations of noise reduce the topological gap in geometry II. At any rate, the disorder-averaged gap is smaller than the optimized value of a perfect array, regardless of the geometry. In this regard, geometry I shows the strongest robustness against disorder, with the largest disorder-averaged gap ($\overline{\Delta_0}$), the lowest standard deviation for the gap (σ_{Δ_0}) and the lowest disorder-averaged MBS energy splitting ($\overline{\epsilon_M}$). The relative fragility of MBS to disorder in geometry III can be understood by looking at the spatial variation of the magnetic field in Fig. 1 (d-f). Unlike in geometries I and II, small relative displacements of the magnets along the y direction lead to a strong cancellation of the spiral field amplitude and account for the broad distribution of Δ_0 and ϵ_M .

From the previous discussion, it appears that a trade-off has to be made between the largest topological gap in an optimized array and its robustness to disorder. Depending on the precision of microfabrication protocols,

TABLE I. Topological gap Δ_0 and the MBS energy separation ϵ_M in perfect and disordered magnet arrays, for $d = 50$ nm. For perfect arrays, the optimal values (Δ_0^{opt} and ϵ_M^{opt}) are listed. For disordered arrays, disorder-averaged values ($\bar{\Delta}_0$) and standard deviations (σ_{Δ_0}) are shown.

Geom.	Δ_0^{opt} (mK)	$\bar{\Delta}_0$ (mK)	σ_{Δ_0} (mK)	ϵ_M^{opt} (nK)	$\bar{\epsilon}_M$ (nK)	σ_{ϵ_M} (nK)
I	57	56	3	56	78	36
II	59	49	4	580	2400	4000
III	70	55	11	1200	1120	1320

design choices could be oriented either to noise resilient geometries (such as geometry I) or to geometries with the largest optimized parameters (geometry III). Moreover, one would need to consider how other parameters, such as the distance d between the magnets and the nanowire, affect the MBS properties.

It turns out that the Zeeman energy and the effective spin-orbit coupling are greatly affected by the 2DEG depth d . In shallow 2DEGs, the increased Zeeman energy and spin-orbit coupling can boost the MBS characteristics at the expense of larger magnetic field gradients that amplify the impact of disorder. Increasing d smooths the field profiles and MBS characteristics becomes less sensitive to disorder. This effect is best seen in Fig. 4(c-d) for geometry III, where the smoother magnetic texture mitigates the impact of disorder on Δ_0 and ϵ_M . Indeed, at $d > 50$ nm, geometry III presents the strongest gap and robustness to disorder.

The reduction of Δ_0 with d in geometries I and II (Fig. 4(c)) can be understood in terms of the gaps Δ_1 and Δ_2 [cf. Eqs. (8) and (9)]. In geometry I, Δ_0 is limited by Δ_1 and the lower Zeeman energy at higher d further reduces the topological gap. In geometry II, the gap is limited by Δ_2 and the strong reduction of the spin-orbit energy contributes to the low Δ_0 at high d . In geometry III, the gap is roughly constant over the studied range in d .

V. INFLUENCE OF MATERIAL PARAMETERS ON MBS ATTRIBUTES

In previous sections, we have focused our analysis on parameters that are relevant for silicon. In the model Hamiltonian (see Sec. II A), the choice of material is reflected in the values of the effective mass m^* , the g factor, and the spin-orbit coupling α . The proximity-induced superconducting gap Δ is treated as a fixed phenomenological parameter.

We first explore the MBS characteristics for a region of parameter space close to that of silicon, which is relevant for weakly spin-orbit coupled semiconductors ($\alpha \approx 0$). Due to its experimental simplicity and robustness to nanofabrication errors (see Sec. IV), we focus on geometry I. Figure 5(a) presents the optimized topological gap

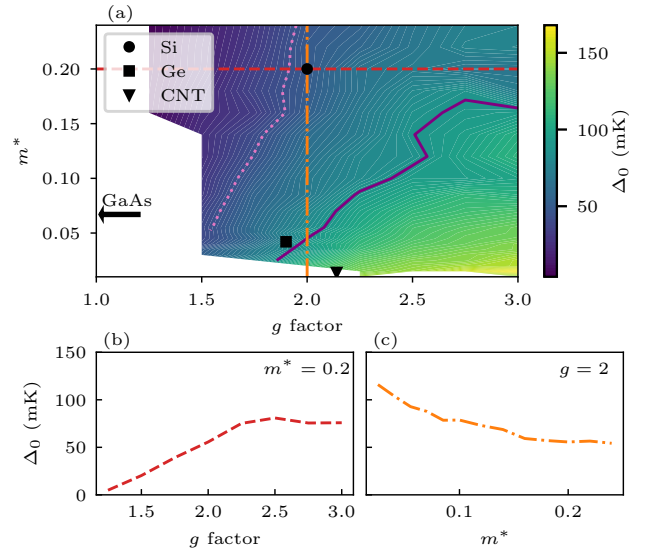


FIG. 5. (a) Topological gap Δ_0 for optimized magnet arrays (geometry I, see Fig. 1), as a function of the effective mass m^* and the g factor. Dotted light (solid dark) purple curve is a constant gap contour corresponding to $\Delta_0 = 50(100)$ mK. Each point of panel (a) is the outcome of an independent optimization starting from an array of cubic magnets (cf. Sec. II B). White regions identify the parameter space where the optimizer could not reach the topological phase. Markers indicate the experimental parameter values for carbon nanotubes (CNT) [48] and germanium [49]. The red dashed (orange dot-dashed) curves indicate cuts for the effective mass (g factor) of silicon plotted in panels (b) and (c).

in the parameter space spanned by m^* and g , where each point is the result of an independent optimization of the magnet array. Markers in Fig. 5 indicate the parameters corresponding to various materials, taken from the literature. In practice, one can move somewhat in parameter space by changing the material or by renormalizing parameter values e.g. through quantum confinement or through hybridization to a superconductor [50].

The influence of the g factor on the topological gap is straightforward. The band inversion leading to MBS being controlled by the Zeeman energy, sufficiently large values of g ($\gtrsim 1.5$) are needed in order to drive the topological phase transition. However, for larger Zeeman energies, the topological gap becomes limited by the effective spin-orbit coupling strength induced by the magnet array [see line cut in Fig. 5(b)]. As this quantity is inversely proportional to the effective mass [cf. Eq. (6)], the largest topological gaps are found in the lower right corner of the plotted parameter space (largest g and smallest m^* values). This leads to constant gap contours (dotted light and solid dark purple curves) with a positive slope in the (m^*, g) space.

One caveat to the above analysis is that the effective mass also affects the superconducting coherence length ξ . For a fixed μ and Δ , a smaller effective mass increases

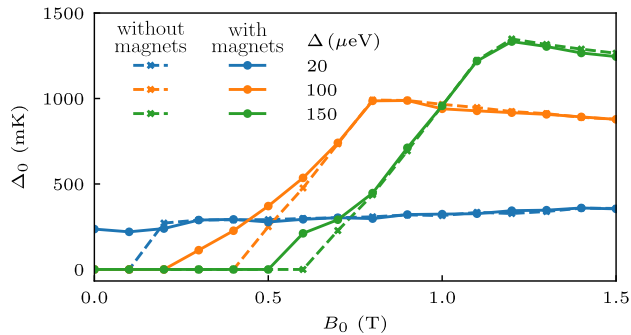


FIG. 6. Topological gap in a single-channel InAs nanowire with (disks, solid curves) and without (crosses, dashed curves) an optimized magnet array. Each disk is the result of a separate optimization. We consider a magnet array in geometry I (see Fig. 1) and an InAs nanowire of length $L = 5 \mu\text{m}$, $m^* = 0.023$, $g = 8$, and an intrinsic spin-orbit coupling $\alpha/\hbar = 3 \times 10^4 \text{ m/s}$ [5].

the superconducting coherence length and thus the importance of finite-size effects. In particular, the overlap of MBS in regimes where Δ_0 is small becomes significant, making it difficult for the optimization procedure to reach the topological phase. This explains the negative slope of the phase transition line in parameter space.

To conclude this section, we consider the application of magnet arrays for the engineering of MBS in materials with strong intrinsic spin-orbit coupling. The interplay between magnetic textures and spin-orbit coupling has been predicted to yield a complicated phase diagram that includes fractionalized fermions [31, 32], as well as MBS if superconductivity is induced. Here, we focus on the case where the magnetic texture and the spin-orbit coupling act in cooperation. This is the case when the helical texture is in the plane perpendicular to the intrinsic spin-orbit interaction. In such a case, magnet arrays could be used to boost the effective spin-orbit coupling of the device and locally increase the Zeeman energy.

To illustrate this point, Fig. 6 presents the topological gap for the parameters of an InAs nanowire covered by a partial shell of aluminium [5] and compares the case of a standard uniform wire (dashed curves) to the case where a magnet array is added to the device following geometry I. For all superconducting gap amplitudes considered, the magnets allow to lower the external magnetic field amplitude needed to reach the topological phase. This could be particularly useful in the context of hybrid nanocircuits involving, on the same chip, both Majorana-based qubits [13, 14] and superconducting circuits [51, 52].

VI. DISCUSSION

In summary, our results indicate that it is possible to reach robust Majorana zero modes in low g -factor mate-

rials using magnet arrays. Materials with small effective masses appear to be promising for the realization of such Majorana devices.

An optimal Majorana device should exhibit the following main characteristics: (i) a large topological gap, (ii) well localized MBS (small wave function overlap) characterized by a small energy splitting between the zero energy modes, and (iii) robustness of the MBS characteristics to variations in parameters with respect to optimized nominal values. In the case of a magnet array, there is an additional criterion: (iv) robustness to variations in the dimension and position of micromagnets that are caused by unavoidable microfabrication errors. While none of the three geometries considered in this work are ideal with regards to all of those criteria, the following assessment of their strengths and weaknesses can help guide the design of devices.

First, our results show that geometry III is optimal with respect to criteria (i-iii). It exhibits the largest topological gap at optimized parameters, which is stable over a range of parameters around the optimized values. However, for 2DEGs of depth $d \leq 50 \text{ nm}$, this geometry is the most sensitive to microfabrication errors and does not perform as well as geometries I and II when it comes to criterion (iv). Therefore, depending on the expected fabrication precision and the tolerable device yield, one might prefer geometry I where the optimal topological gap is slightly smaller, but the resilience to microfabrication errors is larger. Second, for heterostructures in which the channel depth is over 50 nm , geometry III appears to be most suited since its topological gap exceeds 40 mK , while for the other two geometries $\Delta_0 < 20 \text{ mK}$.

Overall, our work demonstrates the advantage of automated optimization as a tool for the design of Majorana devices based on magnetic textures. Using a simple nanowire model, our results provide design guidelines for Majorana devices based on simple periodic micromagnet arrays, and allow to explore a large parameter space of magnet and material parameters. Our approach could be augmented to carry out a more precise optimization for specific geometries and materials by using recent developments in the advanced modeling of hybrid semiconductor-superconductor devices [53, 54].

ACKNOWLEDGMENTS

This work was funded by the Canada First Research Excellence Fund, the National Science and Engineering Research Council, and the Fonds de Recherche du Québec – Nature et Technologies. Numerical calculations were done with computer resources from Calcul Québec and Compute Canada.

-
- [1] C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern, M. Freedman, and S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1083 (2008).
- [2] S. D. Sarma, M. Freedman, and C. Nayak, *npj Quantum Information* **1**, 15001 EP (2015).
- [3] Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, Felix, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010).
- [4] R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 077001 (2010).
- [5] R. M. Lutchyn, E. P. A. M. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, P. Krogstrup, C. M. Marcus, and Y. Oreg, *Nature Reviews Materials* **3**, 52 (2018).
- [6] R. Aguado, *La Rivista del Nuovo Cimento* **40**, 523–593 (2017).
- [7] S. Albrecht, A. Higginbotham, M. Madsen, F. Kuemmeth, T. Jespersen, J. Nygård, P. Krogstrup, and C. Marcus, *Nature* **531**, 206 (2016).
- [8] M. T. Deng, S. Vaitiekenas, E. B. Hansen, J. Danon, M. Leijnse, K. Flensberg, J. Nygård, P. Krogstrup, and C. M. Marcus, *Science* **354**, 1557 (2016).
- [9] V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. Plissard, E. Bakkers, and L. Kouwenhoven, *Science* **336**, 1003 (2012).
- [10] J. Chen, P. Yu, J. Stenger, S. M. Hocevar, D. Car, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, T. D. Stanescu, and S. M. Frolov, *Science Advances* **3**, e1701476 (2017).
- [11] H. Zhang, C.-X. Liu, S. Gazibegovic, D. Xu, J. A. Logan, G. Wang, N. van Loo, J. D. S. Bommer, M. W. A. de Moor, D. Car, R. L. M. Op het Veld, P. J. van Veldhoven, S. Koelling, M. A. Verheijen, M. Pendharkar, D. J. Pennachio, B. Shojaei, J. S. Lee, C. J. Palmstrøm, E. P. A. M. Bakkers, S. D. Sarma, and L. P. Kouwenhoven, *Nature* **556**, 74 (2018).
- [12] J. Alicea, Y. Oreg, G. Refael, F. von Oppen, and M. P. Fisher, *Nature Physics* **7**, 412 (2011).
- [13] T. Karzig, C. Knapp, R. M. Lutchyn, P. Bonderson, M. B. Hastings, C. Nayak, J. Alicea, K. Flensberg, S. Plugge, Y. Oreg, C. M. Marcus, and M. H. Freedman, *Phys. Rev. B* **95**, 235305 (2017).
- [14] S. Plugge, A. Rasmussen, R. Egger, and K. Flensberg, *New Journal of Physics* **19**, 012001 (2017).
- [15] H. J. Suominen, M. Kjaergaard, A. R. Hamilton, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, C. M. Marcus, and F. Nichele, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 176805 (2017).
- [16] J. Shabani, M. Kjaergaard, H. J. Suominen, Y. Kim, F. Nichele, K. Pakrouski, T. Stankevici, R. M. Lutchyn, P. Krogstrup, R. Feidenhans'l, S. Kraemer, C. Nayak, M. Troyer, C. M. Marcus, and C. J. Palmstrøm, *Phys. Rev. B* **93**, 155402 (2016).
- [17] S. Vaitiekėnas, A. M. Whiticar, M.-T. Deng, F. Krizek, J. E. Sestoft, C. J. Palmstrøm, S. Marti-Sanchez, J. Arbiol, P. Krogstrup, L. Casparis, and C. M. Marcus, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 147701 (2018).
- [18] J. Alicea, *Reports on Progress in Physics* **75**, 076501 (2012).
- [19] F. A. Zwanenburg, A. S. Dzurak, A. Morello, M. Y. Simmons, L. C. L. Hollenberg, G. Klimeck, S. Rogge, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 961 (2013).
- [20] F. Chiodi, J.-E. Duvauchelle, C. Marcenat, D. Débarre, and F. Lefloch, *Phys. Rev. B* **96**, 024503 (2017).
- [21] Z. Wan, A. Kazakov, M. J. Manfra, L. N. Pfeiffer, K. W. West, and L. P. Rokhinson, *Nature communications* **6**, 7426 (2015).
- [22] H. B. Heersche, P. Jarillo-Herrero, J. B. Oostinga, L. M. K. Vandersypen, and A. F. Morpurgo, *Nature* **446**, 56 (2007).
- [23] T.-P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **84**, 195442 (2011).
- [24] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig, and A. Yazdani, *Phys. Rev. B* **88**, 020407 (2013).
- [25] M. Kjaergaard, K. Wölms, and K. Flensberg, *Phys. Rev. B* **85**, 020503 (2012).
- [26] L. Maurer, J. Gamble, L. Tracy, S. Eley, and T. Lu, *Phys. Rev. Applied* **10**, 054071 (2018).
- [27] M. M. Desjardins, L. C. Contamin, M. R. Delbecq, M. C. Dartiailh, L. E. Bruhat, T. Cubaynes, J. J. Viennot, F. Mallet, S. Rohart, A. Thiaville, A. Cottet, and T. Kontos, arXiv e-prints (2019), 1902.07479.
- [28] T. Zhou, N. Mohanta, J. E. Han, A. Matos-Abiague, and I. Zutic, arXiv e-prints, arXiv:1901.02506 (2019).
- [29] G. L. Fatin, A. Matos-Abiague, B. Scharf, and I. Žutić, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 077002 (2016).
- [30] A. Matos-Abiague, J. Shabani, A. D. Kent, G. L. Fatin, B. Scharf, and I. Žutić, *Solid State Communications* **262**, 1 (2017).
- [31] J. Klinovaja, P. Stano, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 236801 (2012).
- [32] D. Rainis, A. Saha, J. Klinovaja, L. Trifunovic, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 196803 (2014).
- [33] S. Boutin, J. Camirand Lemyre, and I. Garate, *Phys. Rev. B* **98**, 214512 (2018).
- [34] D. Lachance-Quirion, J. Camirand Lemyre, L. Bergeron, C. Sarra-Bournet, and M. Pioro-Ladrière, *Applied Physics Letters* **107**, 223103s (2015).
- [35] R. Engel-Herbert and T. Hesjedal, *Journal of Applied Physics* **97**, 074504 (2005).
- [36] Using e.g. the RADIA Wolfram Mathematica package <http://www.esrf.eu/Accelerators/Groups/InsertionDevices/Software/Radia>.
- [37] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity: Second Edition*, Dover Books on Physics (Dover Publications, 2004).
- [38] D. J. Thouless and S. Kirkpatrick, *Journal of Physics C: Solid State Physics* **14**, 235 (1981).
- [39] N. Khaneja, T. Reiss, C. Kehlet, T. Schulte-Herbrüggen, and S. J. Glaser, *Journal of Magnetic Resonance* **172**, 296 (2005).
- [40] S. Das Sarma, A. Nag, and J. D. Sau, *Phys. Rev. B* **94**, 035143 (2016).
- [41] C.-K. Chiu, J. C. Y. Teo, A. P. Schnyder, and S. Ryu, *Rev. Mod. Phys.* **88**, 035005 (2016).
- [42] A. R. Akhmerov, J. P. Dahlhaus, F. Hassler, M. Wimmer, and C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 057001 (2011).
- [43] D. J. Wales and J. P. K. Doye, *The Journal of Physical Chemistry A* **101**, 5111 (1997).
- [44] F. Forster, M. Mühlbacher, D. Schuh, W. Wegscheider, and S. Ludwig, *Phys. Rev. B* **91**, 195417 (2015).
- [45] P. D. Ye, D. Weiss, K. V. Klitzing, K. Eberl, and H. Nickel, *Applied Physics Letters* **67**, 1441 (1995).
- [46] E. Skuras, A. R. Long, S. Chowdhury, M. Rahman, K. J. Kirk, and J. H. Davies, *Journal of Applied Physics* **90**, 2623 (2001).

- [47] J. Cayao, P. San-Jose, A. M. Black-Schaffer, R. Aguado, and E. Prada, [Phys. Rev. B **96**, 205425 \(2017\)](#).
- [48] F. Kuemmeth, S. Ilani, D. Ralph, and P. McEuen, [Nature **452**, 448 \(2008\)](#).
- [49] A. Giorgioni, S. Paleari, S. Cecchi, E. Vitiello, E. Grilli, G. Isella, W. Jantsch, M. Fanciulli, and F. Pezzoli, [Nature communications **7**, 13886 \(2016\)](#).
- [50] A. E. G. Mikkelsen, P. Kotetes, P. Krogstrup, and K. Flensberg, [Phys. Rev. X **8**, 031040 \(2018\)](#).
- [51] L. Jiang, C. L. Kane, and J. Preskill, [Phys. Rev. Lett. **106**, 130504 \(2011\)](#).
- [52] P. Bonderson and R. M. Lutchyn, [Phys. Rev. Lett. **106**, 130505 \(2011\)](#).
- [53] A. E. Antipov, A. Bargerbos, G. W. Winkler, B. Bauer, E. Rossi, and R. M. Lutchyn, [Phys. Rev. X **8**, 031041 \(2018\)](#).
- [54] G. W. Winkler, A. E. Antipov, B. van Heck, A. A. Soluyanov, L. I. Glazman, M. Wimmer, and R. M. Lutchyn, ArXiv e-prints (2018), [1810.04180](#).

Bibliographie

- [1] Dominic J. Moylett, Noah Linden et Ashley Montanaro. Quantum speedup of the traveling-salesman problem for bounded-degree graphs. *Phys. Rev. A* **95**, 032323 (2017). [doi :10.1103/PhysRevA.95.032323](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.032323).
- [2] Charles H. Bennett et Gilles Brassard. Quantum cryptography : Public key distribution and coin tossing. *Theoretical Computer Science* **560**, 7 – 11 (2014).
- [3] Peter W. Shor. Algorithms for quantum computation : Discrete logarithms and factoring, (1994).
- [4] John Clarke et Frank K. Wilhelm. Superconducting quantum bits. *Nature* **453**(7198), 1031–1042 (2008). [doi :10.1038/nature07128](https://doi.org/10.1038/nature07128).
- [5] Morten Kjaergaard, Mollie E. Schwartz, Jochen Braumuller, Philip Krantz, Joel I-Jan Wang, Simon Gustavsson et William David Oliver. Superconducting qubits : Current state of play. (2019).
- [6] Bjoern Lekitsch, Sebastian Weidt, Austin G. Fowler, Klaus Mølmer, Simon J. Devitt, Christof Wunderlich et Winfried K. Hensinger. Blueprint for a microwave trapped ion quantum computer. *Science Advances* **3**(2) (2017).
- [7] Floris A. Zwanenburg, Andrew S. Dzurak, Andrea Morello, Michelle Y. Simmons, Lloyd C. L. Hollenberg, Gerhard Klimeck, Sven Rogge, Susan N. Coppersmith et Mark A. Eriksson. Silicon quantum electronics. *Rev. Mod. Phys.* **85**, 961–1019 (2013). [doi :10.1103/RevModPhys.85.961](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.961).
- [8] Roman M. Lutchyn, Jay D. Sau et S. Das Sarma. Majorana fermions and a topological phase transition in semiconductor-superconductor heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 077001 (2010). [doi :10.1103/PhysRevLett.105.077001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.077001).
- [9] Yuval Oreg, Gil Refael et Felix von Oppen, Felix. Helical liquids and majorana bound states in quantum wires. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010). [doi :10.1103/PhysRevLett.105.177002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.177002).
- [10] Vincent Mourik, Kun Zuo, Sergey M Frolov, SR Plissard, EPAM Bakkers et LP Kouwenhoven. Signatures of majorana fermions in hybrid superconductor-semiconductor nanowire devices. *Science* **336**(6084), 1003–1007 (2012). [doi :10.1126/science.1222360](https://doi.org/10.1126/science.1222360).
- [11] Hao Zhang, Chun-Xiao Liu, Sasa Gazibegovic, Di Xu, John A. Logan, Guanzhong Wang, Nick van Loo, Jouri D. S. Bommer, Michiel W. A. de Moor, Diana Car, Roy L. M. Op het Veld, Petrus J. van Veldhoven, Sebastian Koelling, Marcel A. Verheijen, Mihir

- Pendharkar, Daniel J. Pennachio, Borzoyeh Shojaei, Joon Sue Lee, Chris J. Palmstrøm, Erik P. A. M. Bakkers, S. Das Sarma et Leo P. Kouwenhoven. Quantized majorana conductance. *Nature* **556**(7699), 74 (2018). doi :[10.1038/nature26142](https://doi.org/10.1038/nature26142).
- [12] SM Albrecht, AP Higginbotham, M Madsen, F Kuemmeth, TS Jespersen, J Nygaard, P Krogstrup et CM Marcus. Exponential protection of zero modes in majorana islands. *Nature* **531**(7593), 206–209 (2016). doi :[10.1038/nature17162](https://doi.org/10.1038/nature17162).
- [13] Torsten Karzig, Christina Knapp, Roman M. Lutchyn, Parsa Bonderson, Matthew B. Hastings, Chetan Nayak, Jason Alicea, Karsten Flensberg, Stephan Plugge, Yuval Oreg, Charles M. Marcus et Michael H. Freedman. Scalable designs for quasiparticle-poisoning-protected topological quantum computation with majorana zero modes. *Phys. Rev. B* **95**, 235305 (2017). doi :[10.1103/PhysRevB.95.235305](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.235305).
- [14] Pavel Aseev, Alexandra Fursina, Frenk Boekhout, Filip Krizek, Joachim E. Sestoft, Francesco Borsoi, Sebastian Heedt, Guanzhong Wang, Luca Binci, Sara Martí-Sánchez, Timm Swoboda, René Koops, Emanuele Uccelli, Jordi Arbiol, Peter Krogstrup, Leo P. Kouwenhoven et Philippe Caroff. Selectivity map for molecular beam epitaxy of advanced iii–v quantum nanowire networks. *Nano Letters* **19**(1), 218–227 (2019). doi :[10.1021/acs.nanolett.8b03733](https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.8b03733).
- [15] Filip Krizek, Joachim E. Sestoft, Pavel Aseev, Sara Marti-Sanchez, Saulius Vaitiekėnas, Lucas Casparis, Sabbir A. Khan, Yu Liu, Toma š Stankevič, Alexander M. Whitticar, Alexandra Fursina, Frenk Boekhout, Rene Koops, Emanuele Uccelli, Leo P. Kouwenhoven, Charles M. Marcus, Jordi Arbiol et Peter Krogstrup. Field effect enhancement in buffered quantum nanowire networks. *Phys. Rev. Materials* **2**, 093401 (2018). doi :[10.1103/PhysRevMaterials.2.093401](https://doi.org/10.1103/PhysRevMaterials.2.093401).
- [16] Sasa Gazibegovic, Diana Car, Hao Zhang, Stijn C. Balk, John A. Logan, Michiel W. A. de Moor, Maja C. Cassidy, Rudi Schmits, Di Xu, Guanzhong Wang, Peter Krogstrup, Roy L. M. Op het Veld, Kun Zuo, Yoram Vos, Jie Shen, Daniël Bouman, Borzoyeh Shojaei, Daniel Pennachio, Joon Sue Lee, Petrus J. van Veldhoven, Sebastian Koelling, Marcel A. Verheijen, Leo P. Kouwenhoven, Chris J. Palmstrøm et Erik P. A. M. Bakkers. Epitaxy of advanced nanowire quantum devices. *Nature* **548**(7668), 434–438 (2017).
- [17] H. J. Suominen, M. Kjaergaard, A. R. Hamilton, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, C. M. Marcus et F. Nichele. Zero-energy modes from coalescing andreev states in a two-dimensional semiconductor-superconductor hybrid platform. *Phys. Rev. Lett.* **119**, 176805 (2017). doi :[10.1103/PhysRevLett.119.176805](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.176805).
- [18] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig et Ali Yazdani. Proposal for realizing majorana fermions in chains of magnetic atoms on a superconductor. *Phys. Rev. B* **88**, 020407 (2013). doi :[10.1103/PhysRevB.88.020407](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.020407).
- [19] M. M. Desjardins, L. C. Contamin, M. R. Delbecq, M. C. Dartailh, L. E. Bruhat, T. Cubaynes, J. J. Viennot, F. Mallet, S. Rohart, A. Thiaville, A. Cottet et T. Kontos. Synthetic spin–orbit interaction for majorana devices. *Nature Materials* **18**(10), 1060–1064 (2019). doi :[10.1038/s41563-019-0457-6](https://doi.org/10.1038/s41563-019-0457-6).
- [20] Tong Zhou, Narayan Mohanta, Jong E. Han, Alex Matos-Abiague et Igor Žutić. Tunable magnetic textures in spin valves : From spintronics to majorana bound states. *Phys. Rev. B* **99**, 134505 (2019). doi :[10.1103/PhysRevB.99.134505](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.99.134505).

- [21] Geoffrey L. Fatin, Alex Matos-Abiague, Benedikt Scharf et Igor Žutić. Wireless majorana bound states : From magnetic tunability to braiding. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 077002 (2016). doi :[10.1103/PhysRevLett.117.077002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.077002).
- [22] Alex Matos-Abiague, Javad Shabani, Andrew D. Kent, Geoffrey L. Fatin, Benedikt Scharf et Igor Žutić. Tunable magnetic textures : From majorana bound states to braiding. *Solid State Communications* **262**, 1 – 6 (2017). doi :<https://doi.org/10.1016/j.ssc.2017.06.003>.
- [23] Morten Kjaergaard, Konrad Wölms et Karsten Flensberg. Majorana fermions in superconducting nanowires without spin-orbit coupling. *Phys. Rev. B* **85**, 020503 (2012). doi :[10.1103/PhysRevB.85.020503](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.020503).
- [24] L.N. Maurer, J.K. Gamble, L. Tracy, S. Eley et T.M. Lu. Designing nanomagnet arrays for topological nanowires in silicon. *Phys. Rev. Applied* **10**, 054071 (2018). doi :[10.1103/PhysRevApplied.10.054071](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.10.054071).
- [25] Sara Turcotte, Samuel Boutin, Julien Camirand Lemyre, Ion Garate et Michel Pioro-Ladrière. Optimized micromagnet geometries for majorana zero modes in low g-factor materials, (2019).
- [26] Andrew C. Potter et Patrick A. Lee. Multichannel generalization of kitaev's majorana end states and a practical route to realize them in thin films. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 227003 (2010). doi :[10.1103/PhysRevLett.105.227003](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.227003).
- [27] A Yu Kitaev. Unpaired majorana fermions in quantum wires. *Physics-Uspekhi* **44**(10S), 131–136 (2001). doi :[10.1070/1063-7869/44/10s/s29](https://doi.org/10.1070/1063-7869/44/10s/s29).
- [28] Zhong Wan, Aleksandr Kazakov, Michael J Manfra, Loren N Pfeiffer, Ken W West et Leonid P Rokhinson. Induced superconductivity in high-mobility two-dimensional electron gas in gallium arsenide heterostructures. *Nature communications* **6**, 7426 (2015). doi :[10.1038/ncomms8426](https://doi.org/10.1038/ncomms8426).
- [29] F. Chiodi, J.-E. Duvauchelle, C. Marcenat, D. Débarre et F. Lefloch. Proximity-induced superconductivity in all-silicon superconductor /normal-metal junctions. *Phys. Rev. B* **96**, 024503 (2017). doi :[10.1103/PhysRevB.96.024503](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.024503).
- [30] Julien Camirand Lemyre. *Ingénierie de systèmes quantiques pour une mise à l'échelle compatible aux plateformes industrielles de microélectronique*. Thèse de Doctorat, Université de Sherbrooke, (2019).
- [31] L. P. Rokhinson, V. Larkina, Y. B. Lyanda-Geller, L. N. Pfeiffer et K. W. West. Spin separation in cyclotron motion. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 146601 (2004). doi :[10.1103/PhysRevLett.93.146601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.146601).
- [32] Supriyo Datta et Biswajit Das. Electronic analog of the electro-optic modulator. *Applied Physics Letters* **56**(7), 665–667 (1990). doi :[10.1063/1.102730](https://doi.org/10.1063/1.102730).
- [33] S. Nadj-Perge, S. M. Frolov, E. P. A. M. Bakkers et L. P. Kouwenhoven. Spin-orbit qubit in a semiconductor nanowire. *Nature* **468**(7327), 1084–1087 (2010). doi :[10.1038/nature09682](https://doi.org/10.1038/nature09682).
- [34] Joseph Maciejko, Taylor L. Hughes et Shou-Cheng Zhang. The quantum spin hall effect. *Annual Review of Condensed Matter Physics* **2**(1), 31–53 (2011). doi :[10.1146/annurev-conmatphys-062910-140538](https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-062910-140538).

- [35] Yuval Oreg, Gil Refael et Felix von Oppen. Helical liquids and majorana bound states in quantum wires. *Phys. Rev. Lett.* **105**, 177002 (2010). [doi :10.1103/PhysRevLett.105.177002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.177002).
- [36] Jelena Klinovaja et Daniel Loss. Giant spin-orbit interaction due to rotating magnetic fields in graphene nanoribbons. *Phys. Rev. X* **3**, 011008 (2013). [doi :10.1103/PhysRevX.3.011008](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.3.011008).
- [37] Ettore Majorana. Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone. *Il Nuovo Cimento* (1924-1942) **14**(4), 171 (1937).
- [38] Qing Lin He, Lei Pan, Alexander L. Stern, Edward C. Burks, Xiaoyu Che, Gen Yin, Jing Wang, Biao Lian, Quan Zhou, Eun Sang Choi, Koichi Murata, Xufeng Kou, Zhijie Chen, Tianxiao Nie, Qiming Shao, Yabin Fan, Shou-Cheng Zhang, Kai Liu, Jing Xia et Kang L. Wang. Chiral majorana fermion modes in a quantum anomalous hall insulator–superconductor structure. *Science* **357**(6348), 294–299 (2017). [doi :10.1126/science.aag2792](https://doi.org/10.1126/science.aag2792).
- [39] Sankar Das Sarma, Michael Freedman et Chetan Nayak. Majorana zero modes and topological quantum computation. *Npj Quantum Information* **1**, 15001 EP – (2015). <https://doi.org/10.1038/npjqi.2015.1>.
- [40] C.W.J. Beenakker. Search for majorana fermions in superconductors. *Annual Review of Condensed Matter Physics* **4**(1), 113–136 (2013). [doi :10.1146/annurev-conmatphys-030212-184337](https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-030212-184337).
- [41] Jason Alicea. New directions in the pursuit of majorana fermions in solid state systems. *Reports on Progress in Physics* **75**(7), 076501 (2012). [doi :10.1088/0034-4885/75/7/076501](https://doi.org/10.1088/0034-4885/75/7/076501).
- [42] Martin Leijnse et Karsten Flensberg. Introduction to topological superconductivity and majorana fermions. *Semiconductor Science and Technology* **27**(12), 124003 (2012). [doi :10.1088/0268-1242/27/12/124003](https://doi.org/10.1088/0268-1242/27/12/124003).
- [43] Jason Alicea, Yuval Oreg, Gil Refael, Felix von Oppen et Matthew PA Fisher. Non-abelian statistics and topological quantum information processing in 1d wire networks. *Nature Physics* **7**(5), 412–417 (2011). [doi :10.1038/nphys1915](https://doi.org/10.1038/nphys1915).
- [44] R. M. Lutchyn, E. P. A. M. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, P. Krogstrup, C. M. Marcus et Y. Oreg. Majorana zero modes in superconductor-semiconductor heterostructures. *Nature Reviews Materials* **3**(5), 52–68 (2018). [doi :10.1038/s41578-018-0003-1](https://doi.org/10.1038/s41578-018-0003-1).
- [45] Yang Peng Falko Pientka von Oppen, Felix. Topological superconducting phases in one dimension.
- [46] Ramón Aguado. Majorana quasiparticles in condensed matter. *La Rivista del Nuovo Cimento* **40**(11), 523–593 (2017). [doi :10.1393/ncr/i2017-10141-9](https://doi.org/10.1393/ncr/i2017-10141-9).
- [47] Dominique Laroche, Daniël Bouman, David J. van Woerkom, Alex Proutski, Chaitanya Murthy, Dmitry I. Pikulin, Chetan Nayak, Ruben J. J. van Gulik, Jesper Nygaard, Peter Krogstrup, Leo P. Kouwenhoven et Attila Geresdi. Observation of the 4-periodic josephson effect in indium arsenide nanowires. *Nature Communications* **10**(1), 245 (2019). [doi :10.1038/s41467-018-08161-2](https://doi.org/10.1038/s41467-018-08161-2).

- [48] Pablo San-Jose, Elsa Prada et Ramón Aguado. ac josephson effect in finite-length nanowire junctions with majorana modes. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 257001 (2012). [doi :10.1103/PhysRevLett.108.257001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.257001).
- [49] D. I. Pikulin et Yuli V. Nazarov. Phenomenology and dynamics of a majorana josephson junction. *Phys. Rev. B* **86**, 140504 (2012). [doi :10.1103/PhysRevB.86.140504](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.140504).
- [50] Chun-Xiao Liu, Jay D. Sau, Tudor D. Stanescu et S. Das Sarma. Andreev bound states versus majorana bound states in quantum dot-nanowire-superconductor hybrid structures : Trivial versus topological zero-bias conductance peaks. *Phys. Rev. B* **96**, 075161 (2017). [doi :10.1103/PhysRevB.96.075161](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.075161).
- [51] Jie Liu, Andrew C. Potter, K. T. Law et Patrick A. Lee. Zero-bias peaks in the tunneling conductance of spin-orbit-coupled superconducting wires with and without majorana end-states. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 267002 (2012). [doi :10.1103/PhysRevLett.109.267002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.267002).
- [52] Chun-Xiao Liu, Jay D. Sau et S. Das Sarma. Distinguishing topological majorana bound states from trivial andreev bound states : Proposed tests through differential tunneling conductance spectroscopy. *Phys. Rev. B* **97**, 214502 (2018). [doi :10.1103/PhysRevB.97.214502](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.214502).
- [53] Lukasz Fidkowski, Jason Alicea, Netanel H. Lindner, Roman M. Lutchyn et Matthew P. A. Fisher. Universal transport signatures of majorana fermions in superconductor-luttinger liquid junctions. *Phys. Rev. B* **85**, 245121 (2012). [doi :10.1103/PhysRevB.85.245121](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.245121).
- [54] K. T. Law, Patrick A. Lee et T. K. Ng. Majorana fermion induced resonant andreev reflection. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 237001 (2009). [doi :10.1103/PhysRevLett.103.237001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.237001).
- [55] Önder Gül, Hao Zhang, Folkert K. de Vries, Jasper van Veen, Kun Zuo, Vincent Mourik, Sonia Conesa-Boj, Michal P. Nowak, David J. van Woerkom, Marina Quintero-Pérez, Maja C. Cassidy, Attila Geresdi, Sebastian Koelling, Diana Car, Sébastien R. Plissard, Erik P. A. M. Bakkers et Leo P. Kouwenhoven. Hard superconducting gap in insb nanowires. *Nano Letters* **17**(4), 2690–2696 (2017). [doi :10.1021/acs.nanolett.7b00540](https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.7b00540).
- [56] W. Chang, S. M. Albrecht, T. S. Jespersen, F. Kuemmeth, P. Krogstrup, J. Nygård et C. M. Marcus. Hard gap in epitaxial semiconductor – superconductor nanowires. *Nature Nanotechnology* **10**(3), 232 – 236 (2015). [doi :10.1038/nnano.2014.306](https://doi.org/10.1038/nnano.2014.306).
- [57] T.-P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov et C. W. J. Beenakker. Majorana fermions emerging from magnetic nanoparticles on a superconductor without spin-orbit coupling. *Phys. Rev. B* **84**, 195442 (2011). [doi :10.1103/PhysRevB.84.195442](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.195442).
- [58] Jelena Klinovaja, Peter Stano et Daniel Loss. Transition from fractional to majorana fermions in rashba nanowires. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 236801 (2012). [doi :10.1103/PhysRevLett.109.236801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.236801).
- [59] Diego Rainis, Arijit Saha, Jelena Klinovaja, Luka Trifunovic et Daniel Loss. Transport signatures of fractional fermions in rashba nanowires. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 196803 (2014). [doi :10.1103/PhysRevLett.112.196803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.196803).
- [60] Samuel Boutin, Julien Camirand Lemyre et Ion Garate. Majorana bound state engineering via efficient real-space parameter optimization. *Phys. Rev. B* **98**, 214512 (2018). [doi :10.1103/PhysRevB.98.214512](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.98.214512).

- [61] Roman M. Lutchyn, Tudor D. Stanescu et S. Das Sarma. Search for majorana fermions in multiband semiconducting nanowires. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 127001 (2011). doi :10.1103/PhysRevLett.106.127001.
- [62] Andrew C. Potter et Patrick A. Lee. Majorana end states in multiband microstructures with rashba spin-orbit coupling. *Phys. Rev. B* **83**, 094525 (2011). doi :10.1103/PhysRevB.83.094525.
- [63] S. M. Frolov, A. Venkatesan, W. Yu, J. A. Folk et W. Wegscheider. Electrical generation of pure spin currents in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 116802 (2009). doi :10.1103/PhysRevLett.102.116802.
- [64] Joon Sue Lee, Borzoyeh Shojaei, Mihir Pendharkar, Anthony P. McFadden, Younghyun Kim, Henri J. Suominen, Morten Kjaergaard, Fabrizio Nichele, Hao Zhang, Charles M. Marcus et Chris J. Palmstrøm. Transport studies of epi-al/inas two-dimensional electron gas systems for required building-blocks in topological superconductor networks. *Nano Letters* **19**(5), 3083–3090 (2019). doi :10.1021/acs.nanolett.9b00494.
- [65] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity: Second Edition*. Dover Books on Physics. Dover Publications, (2004).
- [66] Dany Lachance-Quirion, Julien Camirand Lemyre, Laurent Bergeron, Christian Sarra-Bournet et Michel Pioro-Ladrière. Magnetometry of micro-magnets with electrostatically defined hall bars. *Applied Physics Letters* **107**(22), 223103s (2015). doi :10.1063/1.4936626.
- [67] R. Engel-Herbert et T. Hesjedal. Calculation of the magnetic stray field of a uniaxial magnetic domain. *Journal of Applied Physics* **97**(7), 074504 (2005). doi :10.1063/1.1883308.
- [68] Module Radia - Wolfram Mathematica. <http://www.esrf.eu/Accelerators/Groups/InsertionDevices/Software/Radia>.
- [69] Comsol. <https://www.comsol.com>.
- [70] F. Forster, M. Mühlbacher, D. Schuh, W. Wegscheider et S. Ludwig. Electric-dipole-induced spin resonance in a lateral double quantum dot incorporating two single-domain nanomagnets. *Phys. Rev. B* **91**, 195417 (2015). doi :10.1103/PhysRevB.91.195417.
- [71] P. D. Ye, D. Weiss, K. von Klitzing, K. Eberl et H. Nickel. Fabrication and characterization of micromagnet arrays on top of gaas/algaas heterostructures. *Applied Physics Letters* **67**(10), 1441–1443 (1995). doi :10.1063/1.114520.
- [72] E. Skuras, A. R. Long, S. Chowdhury, M. Rahman, K. J. Kirk et J. H. Davies. Two-dimensional arrays of magnetic nanostructures characterized using an underlying two-dimensional electron gas. *Journal of Applied Physics* **90**(5), 2623–2625 (2001). doi :10.1063/1.1388574.
- [73] Dong Liang et Xuan P. A. Gao. Strong tuning of rashba spin–orbit interaction in single inas nanowires. *Nano Letters* **12**(6), 3263–3267 (2012). doi :10.1021/nl301325h.
- [74] A. E. Hansen, M. T. Björk, C. Fasth, C. Thelander et L. Samuelson. Spin relaxation in inas nanowires studied by tunable weak antilocalization. *Phys. Rev. B* **71**, 205328 (2005). doi :10.1103/PhysRevB.71.205328.

- [75] S. Estévez Hernández, M. Akabori, K. Sladek, Ch. Volk, S. Alagha, H. Hardtdegen, M. G. Pala, N. Demarina, D. Grützmacher et Th. Schäpers. Spin-orbit coupling and phase coherence in inas nanowires. *Phys. Rev. B* **82**, 235303 (2010). doi :10.1103/PhysRevB.82.235303.
- [76] P. Roulleau, T. Choi, S. Riedi, T. Heinzel, I. Shorubalko, T. Ihn et K. Ensslin. Suppression of weak antilocalization in inas nanowires. *Phys. Rev. B* **81**, 155449 (2010). doi :10.1103/PhysRevB.81.155449.
- [77] Sajal Dhara, Hari S. Solanki, Vibhor Singh, Arjun Narayanan, Prajakta Chaudhari, Mahesh Gokhale, Arnab Bhattacharya et Mandar M. Deshmukh. Magnetotransport properties of individual inas nanowires. *Phys. Rev. B* **79**, 121311 (2009). doi :10.1103/PhysRevB.79.121311.
- [78] I. van Weperen, B. Tarasinski, D. Eeltink, V. S. Pribiag, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, L. P. Kouwenhoven et M. Wimmer. Spin-orbit interaction in insb nanowires. *Phys. Rev. B* **91**, 201413 (2015). doi :10.1103/PhysRevB.91.201413.
- [79] Xiao-Jie Hao, Tao Tu, Gang Cao, Cheng Zhou, Hai-Ou Li, Guang-Can Guo, Wayne Y. Fung, Zhongqing Ji, Guo-Ping Guo et Wei Lu. Strong and tunable spinorbit coupling of one-dimensional holes in ge/si core/shell nanowires. *Nano Letters* **10**(8), 2956–2960 (2010). doi :10.1021/nl101181e.
- [80] A. P. Higginbotham, F. Kuemmeth, T. W. Larsen, M. Fitzpatrick, J. Yao, H. Yan, C. M. Lieber et C. M. Marcus. Antilocalization of coulomb blockade in a ge/si nanowire. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 216806 (2014). doi :10.1103/PhysRevLett.112.216806.
- [81] Jorge Cayao, Pablo San-Jose, Annica M. Black-Schaffer, Ramón Aguado et Elsa Prada. Majorana splitting from critical currents in josephson junctions. *Phys. Rev. B* **96**, 205425 (2017). doi :10.1103/PhysRevB.96.205425.
- [82] August E. G. Mikkelsen, Panagiotis Kotetes, Peter Krogstrup et Karsten Flensberg. Hybridization at superconductor-semiconductor interfaces. *Phys. Rev. X* **8**, 031040 (2018). doi :10.1103/PhysRevX.8.031040.
- [83] Ferdinand Kuemmeth, S Ilani, DC Ralph et PL McEuen. Coupling of spin and orbital motion of electrons in carbon nanotubes. *Nature* **452**(7186), 448 (2008). doi :10.1038/nature06822.
- [84] Anna Giorgioni, Stefano Paleari, Stefano Cecchi, Elisa Vitiello, Emanuele Grilli, Giovanni Isella, Wolfgang Jantsch, Marco Fanciulli et Fabio Pezzoli. Strong confinement-induced engineering of the g factor and lifetime of conduction electron spins in ge quantum wells. *Nature communications* **7**, 13886 (2016). doi :10.1038/ncomms13886.
- [85] Réfrigérateur à dilution. <https://bluefors.com>.
- [86] Stephan Plugge, Asbjørn Rasmussen, Reinhold Egger et Karsten Flensberg. Majorana box qubits. *New Journal of Physics* **19**(1), 012001 (2017). <http://stacks.iop.org/1367-2630/19/i=1/a=012001>.
- [87] Parsa Bonderson et Roman M. Lutchyn. Topological quantum buses : Coherent quantum information transfer between topological and conventional qubits. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 130505 (2011). doi :10.1103/PhysRevLett.106.130505.

- [88] Liang Jiang, Charles L. Kane et John Preskill. Interface between topological and superconducting qubits. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 130504 (2011). doi :10.1103/PhysRevLett.106.130504.
- [89] C. H. L. Quay, T. L. Hughes, J. A. Sulpizio, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. W. West, D. Goldhaber-Gordon et R. de Picciotto. Observation of a one-dimensional spin-orbit gap in a quantum wire. *Nature Physics* **6**(5), 336–339 (2010). doi :10.1038/nphys1626.
- [90] Yun Lee. *Observation of spin splitting in magnetic focusing system with ferromagnetic micromagnet*. Mémoire de Maîtrise, Graduate School of Engineering, Tokyo University, Japan.
- [91] Andrés A. Reynoso, Gonzalo Usaj et C. A. Balseiro. Imaging transverse electron focusing in semiconducting heterostructures with spin-orbit coupling. Dans *Quantum Magnetism*, Bernard Barbara, Yosef Imry, G. Sawatzky et P. C. E. Stamp, 151–162 (Springer Netherlands, Dordrecht, 2008).
- [92] A. Mreńca-Kolasińska, K. Kolasiński et B. Szafran. Imaging spin-resolved cyclotron trajectories in the insb two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **98**, 115309 (2018). doi :10.1103/PhysRevB.98.115309.
- [93] John Schliemann. Cyclotron motion and magnetic focusing in semiconductor quantum wells with spin-orbit coupling. *Phys. Rev. B* **77**, 125303 (2008). doi :10.1103/PhysRevB.77.125303.
- [94] Samuel Bladwell et Oleg P. Sushkov. Magnetic focusing of electrons and holes in the presence of spin-orbit interactions. *Phys. Rev. B* **92**, 235416 (2015). doi :10.1103/PhysRevB.92.235416.
- [95] Supriyo Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge Studies in Semiconductor Physics and Microelectronic Engineering. Cambridge University Press, (1995). doi :10.1017/CBO9780511805776.
- [96] H van Honten et CWJ Beenakker. Quantum point contacts and coherent electron focusing. Dans *Analogies in Optics and Micro Electronics*, 203–225. Springer (1990).
- [97] H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, M. E. I. Broekaart, P. H. M. van Loosdrecht, B. J. van Wees, J. E. Mooij, C. T. Foxon et J. J. Harris. Coherent electron focusing with quantum point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **39**, 8556–8575 (1989). doi :10.1103/PhysRevB.39.8556.
- [98] Samuel W. LaGasse et Ji Ung Lee. Understanding magnetic focusing in graphene p – n junctions through quantum modeling. *Phys. Rev. B* **95**, 155433 (2017). doi :10.1103/PhysRevB.95.155433.
- [99] R. M. Potok, J. A. Folk, C. M. Marcus et V. Umansky. Detecting spin-polarized currents in ballistic nanostructures. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 266602 (2002). doi :10.1103/PhysRevLett.89.266602.
- [100] Daniel Loss, Paul Goldbart et A. V. Balatsky. Berry’s phase and persistent charge and spin currents in textured mesoscopic rings. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1655–1658 (1990). doi :10.1103/PhysRevLett.65.1655.

- [101] Shoichi Takasuna, Junichi Shiogai, Shunichiro Matsuzaka, Makoto Kohda, Yutaka Oyama et Junsaku Nitta. Weak antilocalization induced by rashba spin-orbit interaction in layered iii-vi compound semiconductor gas thin films. *Phys. Rev. B* **96**, 161303 (2017). doi :[10.1103/PhysRevB.96.161303](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.161303).
- [102] Marcin Brynda. *Introduction to Electron Paramagnetic Resonance Spectroscopy*, 59–98. Humana Press, Totowa, NJ (2010).
- [103] James Simpson, John Lane, Christopher Immer et Robert Youngquist. Simple analytic expressions for the magnetic field of a circular current loop. (2003).
- [104] Michael R. Melloch. Molecular beam epitaxy for high electron mobility modulation-doped two-dimensional electron gases. *Thin Solid Films* **231**(1), 74 – 85 (1993). doi :[https://doi.org/10.1016/0040-6090\(93\)90704-S](https://doi.org/10.1016/0040-6090(93)90704-S).
- [105] Chloé AU Bureau-Oxton, Julien AU Camirand Lemyre et Michel AU Pioro-Ladrière. Nanofabrication of Gate-defined GaAs/AlGaAs Lateral Quantum Dots. *JoVE* (81), e50581 (2013). doi :[10.3791/50581](https://doi.org/10.3791/50581).
- [106] Julien Camirand Lemyre. *Nanofabrication de boîtes quantiques latérales pour l'optimisation de qubits de spin*. Mémoire de Maîtrise, Université de Sherbrooke, (2012).
- [107] *The Quantum Hall Effect*. Springer, (2002). doi :[10.1007/978-3-662-05016-3](https://doi.org/10.1007/978-3-662-05016-3). An optional note.
- [108] Mark Oliver Goerbig. Quantum hall effects. (2009).
- [109] David Tong. Lectures on the quantum hall effect, (2016).
- [110] Claude Weisbuch et Claudine Hermann. Optical detection of conduction-electron spin resonance in gaas, $\text{ga}_{1-x}\text{in}_x\text{As}$, and $\text{ga}_{1-x}\text{al}_x\text{As}$. *Phys. Rev. B* **15**, 816–822 (1977). doi :[10.1103/PhysRevB.15.816](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.15.816).
- [111] Boris Brun. *Electron interactions in mesoscopic physics: scanning gate microscopy and interferometry at a quantum point contact*. Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, (2014).
- [112] Samuel Bladwell et Oleg P. Sushkov. Interference effects and huygens principle in transverse magnetic focusing of electrons and holes. *Phys. Rev. B* **96**, 035413 (2017). doi :[10.1103/PhysRevB.96.035413](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.035413).
- [113] M D Petrović, S P Milovanović et F M Peeters. Scanning gate microscopy of magnetic focusing in graphene devices : quantum versus classical simulation. *Nanotechnology* **28**(18), 185202 (2017). doi :[10.1088/1361-6528/aa677a](https://doi.org/10.1088/1361-6528/aa677a).
- [114] Christoph W Groth, Michael Wimmer, Anton R Akhmerov et Xavier Waintal. Kwant : a software package for quantum transport. *New Journal of Physics* **16**(6), 063065 (2014). doi :[10.1088/1367-2630/16/6/063065](https://doi.org/10.1088/1367-2630/16/6/063065).
- [115] Oscar Erlandsson. Numerical simulations of quantum transport in semiconductor nanowires. Technical report, Lund Universitu, Faculty of Science, (2016).
- [116] John H. Davies, Ivan A. Larkin et E. V. Sukhorukov. Modeling the patterned two-dimensional electron gas : Electrostatics. *Journal of Applied Physics* **77**(9), 4504–4512 (1995). doi :[10.1063/1.359446](https://doi.org/10.1063/1.359446).

- [117] Joseph Weston. Introduction to computational quantum nanoelectronics, aps march meeting 2016 tutorial.
- [118] Jean Dalibard. Introduction to the physics of artificial gauge fields. (2015).
- [119] A. Manchon, H. C. Koo, J. Nitta, S. M. Frolov et R. A. Duine. New perspectives for rashba spin-orbit coupling. *Nature Materials* **14**(9), 871–882 (2015). [doi :10.1038/nmat4360](https://doi.org/10.1038/nmat4360).